



Escola de Camins
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

Análisis comparativo de las formulaciones existentes para evaluar la resistencia a cortante de hormigón con fibras

Trabajo realizado por:

José Miguel Parrales Clavijo

Dirigido por:

Eva Oller Ibars y Antonio Marí Bernat

Máster en:

Ingeniería Estructural y de la Construcción

Barcelona, febrero 2020

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (DECA)

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

TESIS DE MÁSTER

Máster

MÁSTER DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y DE LA CONSTRUCCIÓN

Título

“ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS FORMULACIONES EXISTENTES PARA EVALUAR LA RESISTENCIA A CORTANTE DE HORMIGÓN CON FIBRAS”

Autor

JOSÉ MIGUEL PARRALES CLAVIJO

Tutor

EVA OLLER IBARS Y ANTONIO MARÍ BERNAT

Intensificación

TECNOLOGÍA DE ESTRUCTURAS

Fecha

BARCELONA, FEBRERO 2020

AGRADECIMIENTOS

Principalmente a mi familia, a mis padres Miguel Parrales y Yolanda Clavijo, a Fernanda, Paúl, Matías, Sofía y Paula, por el apoyo incondicional durante esta meta y por brindarme la oportunidad de una experiencia más de vida, para crecer como persona y como profesional.

A la Universidad Politécnica de Catalunya y en especial a mis tutores de tesis, Doctora Eva Oller y Doctor Antonio Marí, por sus enseñanzas, dedicación, paciencia y conocimiento compartido.

A los hermanos Soledispa, Javier, Miguel, Yolanda, Cristian y sus familias, y a los Primos Parrales-Villamar por toda la amistad, confianza y cariño brindado.

A mis amigos de Máster por todos los momentos vividos y compartidos en esta efímera travesía.

RESUMEN

El hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) es un material compuesto, con la capacidad de mantener una resistencia residual post fisuración por el efecto puente que crean las fibras en la fisura crítica. En vigas, este hecho ayuda a mejorar el comportamiento a: tracción y flexotracción, lo cual implica también un aumento en la resistencia a cortante.

Existen varios modelos empíricos que han intentado predecir la resistencia a cortante, cada uno de con cierto nivel de dispersión debido a los parámetros específicos o comunes que consideran. La falta de unanimidad en los criterios con respecto al mecanismo de transferencia de corte, deriva en que la elección de una formulación que refleje con precisión la resistencia de una viga de HRFA sea motivo de incertidumbre.

El objetivo de este estudio ha sido analizar las diversas formulaciones existentes para predicción de resistencia a cortante, comparando el resultado experimental con el resultado teórico propuesto (V_{exp}/V_{teo}). Para ello, se empleó una base de datos de 219 vigas de HRFA, la cual se redujo a 150 vigas, descartando los elementos que no cumplieran con las condiciones necesarias.

Se han analizado un total de 16 modelos incluyendo formulaciones de: campañas experimentales, normativas, guías, algoritmos evolutivos, y el Multi Action Shear Model con la extensión a fibras. La comparación de resultados se ha realizado mediante: análisis de indicadores estadísticos, evaluación por la recomendación “Demerit Points Classification” de Collins y estudio el comportamiento de los mejores modelos en función de los principales parámetros.

Palabras clave: Hormigón reforzado con fibras (HRF), resistencia a cortante, fibras de acero.

ABSTRACT

Steel fiber reinforced concrete (SFRC) is a composite material, which has the ability to maintain a residual tensile strength post-cracking due to the bridging effect created by the fibers in the critical crack. In beams, this fact helps enhance the tensile and flexural performance, and thus an increase in the shear strength.

There are several empirical models that have tried to predict the ultimate shear strength. Each of them with a certain level of dispersion due to specific or common parameters. Thus, the lack of a unique criteria of the shear transfer mechanism gives rise to an uncertainty in the choice of a model that accurately reflects the strength of a SFRC beam.

The objective of this study was to analyze formulations of shear strength through comparison of experimental and theoretical results (V_{exp} / V_{teo}). An initial database of 219 SFRC beams was used and reduced to 150 SFRC beams by discarding the elements that did not meet the necessary criteria.

A total of 16 prediction models were analyzed that included formulations of: experimental studies, codes, guides, gene expression programming, and the Multi-Action Shear Model with fiber extension. The comparison of results was carried out by means of analysis of statistical indicators, “Demerit Points Classification” by Collins, and study of the behavior of the best models according to the main parameters.

Keywords: Fiber reinforced concrete (FRC), shear strength, steel fibers.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	1
RESUMEN	2
ABSTRACT.....	3
ÍNDICE.....	4
ÍNDICE DE FIGURAS.....	7
ÍNDICE DE TABLAS	8
NOTACIONES	9
1. INTRODUCCIÓN.....	12
1.1 MOTIVACIÓN	13
1.2 OBJETIVOS.....	13
1.2.1 Objetivos generales	13
1.2.2 Objetivos específicos	13
1.3 ESTRUCTURA DEL TFM.....	13
2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO.....	15
2.1 HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS (HRF).....	15
2.2 FIBRAS.....	17
2.3 TIPO DE FIBRAS POR FUNCIÓN	18
2.3.1 Estructurales.....	18
2.3.2 No estructurales	19
2.4 TIPO DE FIBRAS POR SU NATURALEZA.....	19
2.4.1 Fibras de Acero	19
2.5 HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO (HRFA)	20
2.5.1 Componentes del HRFA	20
2.6 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL A CORTANTE EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO	23
2.7 CAMPAÑAS EXPERIMENTALES	25
2.7.1 Mansur et al.....	25
2.7.2 Adebar et al.	26
2.7.3 Ashour et al.	27
2.7.4 Noghabai	28
2.7.5 Barragán.....	28

2.7.6	Cho y Kim.....	29
2.7.7	Dinh et al.....	29
2.7.8	Aoude et al.	31
2.7.9	Minelli y Plizzari.....	31
2.7.10	Sahoo y Sharma	32
2.7.11	Tahenni et al.....	33
2.7.12	Anand et al.	33
2.7.13	Arslan et al.	34
2.7.14	Zarrinpour y Cho.....	35
2.8	PROPUESTAS EMPÍRICAS PARA ESTIMAR LA RESISTENCIA A CORTANTE	36
2.8.1	Sharma	36
2.8.2	Mansur et al.....	37
2.8.3	Narayanan y Darwish.....	38
2.8.4	Ashour et al.	40
2.8.5	Shin et al.	41
2.8.6	Khuntia et al.....	41
2.8.7	Kwak et al.	43
2.8.8	Dinh et al.....	44
2.8.9	Arslan.....	47
2.9	PROPUESTAS POR ALGORITMO DE GENES.....	48
2.9.1	Kara.....	48
2.10	PROPUESTAS PARA LA RESISTENCIA A CORTANTE RECOGIDAS EN CÓDIGOS O RECOMENDACIONES	49
2.10.1	Guía Alemana: DBV –Merkblatt Stahlfaserbeton	49
2.10.2	RILEM TC 162 –TDF:”Métodos de ensayo y diseño para hormigón reforzado con fibras de acero”.....	50
2.10.3	Instrucción de Hormigón Estructural – EHE-08.....	52
2.10.4	Model Code 2010 – Federación Internacional del Hormigón	53
2.11	MODELOS CONSTITUTIVOS RECOGIDOS EN CÓDIGOS O RECOMENDACIONES	54
2.11.1	Guía Alemana: DBV	54
2.11.2	RILEM TC 162 –TDF	55
2.11.3	Instrucción EHE-08	57
2.11.4	Model Code 2010.....	59
2.11.5	Modelos europeos de resistencia a flexotracción.....	62
3	MODELO MECÁNICO DE RESISTENCIA A CORTE Y FLEXIÓN	64
3.1	MULTI – ACTION SHEAR MODEL (MASM).....	64

3.1.1	Contribución de la sección de hormigón no fisurada V_C	67
3.1.2	Transferencia del corte a lo largo de la fisura V_w	68
3.1.3	Contribución del refuerzo longitudinal a corte V_l	69
3.1.4	Contribución del refuerzo transversal a corte V_s	69
3.2	EXTENSIÓN DEL MASM CON INCLUSIÓN DE FIBRAS (MASM + FIBRAS)	70
3.2.1	Estimación de la tensión de tracción residual mediante formulación analítica	70
3.2.2	Corte transferido a lo largo de la fisura crítica	71
3.2.3	Efecto pasador del refuerzo longitudinal	71
3.2.4	Cortante resistido por la zona a compresión no fisurada	72
4	BASE DE DATOS DE ENSAYOS A CORTANTE DE VIGAS DE HRFA.....	75
4.1	ANÁLISIS DEL RANGO DE PARÁMETROS	75
4.2	DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DE LOS PARÁMETROS	77
4.3	INFLUENCIA DE PARÁMETROS EN LA RESISTENCIA A CORTANTE	79
5	COMPARACIÓN DE FORMULACIONES Y RESULTADOS DE LOS MODELOS	82
5.1	COMPARACIÓN DE FORMULACIONES	82
5.1.1	Principales características de los modelos	83
5.2	RESULTADOS DE LOS MODELOS.....	86
5.2.1	Parámetros estadísticos	86
5.2.2	Método de Collins.....	88
5.2.3	Coeficiente de determinación (R^2)	91
5.2.4	Resumen de Resultados	95
5.2.5	Comparación entre Narayanan y Darwish vs Model Code vs MASM + FIBRAS. 97	
6	CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	101
6.1	CONCLUSIONES	101
6.2	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	103
	REFERENCIAS.....	104
	ANEJO 1	107
	BASE DE DATOS DE ENSAYOS A CORTANTE DE VIGAS DE HRFA	108
	ANEJO 2.....	117
	BASE FINAL Y RESULTADOS DE ENSAYOS A CORTANTE DE VIGAS DE HRFA .	117

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Comportamiento del HRF sometido a tracción/flexotracción [4].	16
Figura 2: Esquema del mecanismo de cómo trabaja el refuerzo con fibra [4].	17
Figura 3: Fibras de acero: a) Rectas con gancho, b) Onduladas, c) Rectas.	19
Figura 4: Distribución de tensiones en el HRF.	20
Figura 5: Efecto del tamaño en la distribución de las fibras [7].	21
Figura 6: Evolución de las tensiones tangenciales en función al nivel de carga [10].	23
Figura 7: Falla de corte en viga de hormigón armado sin cercos o fibras [11].	24
Figura 8: En vigas de HRFA, a) Corte por tensión diagonal, b) Cortante compresión [11].	24
Figura 9: Fuerzas resistentes en la fisura diagonal [13].	37
Figura 10: Fuerzas resistentes a cortante en viga una simplemente apoyada [37].	39
Figura 11: Contribución de las fibras en la resistencia a corte de elementos de HRFA [39].	42
Figura 12: Deformación y ancho de fisura asumido [40].	44
Figura 13: Inclinação de la fisura crítica asumida [40].	44
Figura 14: Ubicación y ancho de la grieta según ASTM 1609 [40].	46
Figura 15: Magnitud y locación de las fuerzas internas resultantes [40].	46
Figura 16: Correlación de la abertura de fisura con deflexión vertical (CMOD).	51
Figura 17: Diagrama tensión – deformación DBV [53].	54
Figura 18: Diagrama tensión –deformación RILEM [49].	55
Figura 19: Distribución tensión –deformación RILEM [49].	56
Figura 20: Diagrama Carga – CMOD (Crack mouth opening displacement) [49].	57
Figura 21: Diagrama tipo: carga–abertura de fisuras EHE-08 [6].	58
Figura 22: Diagrama tensión – deformación: a) rectangular b) multilineal, EHE-08 [6].	59
Figura 23: Diagrama tensión - flecha. MC 2010 [50].	59
Figura 24: Curva tensión-deformación para dos tipo diferentes de dosificación [4].	60
Figura 25: Modelo simplificado para el cálculo de $fFtu$ (rígido plástico) MC2010 [50].	60
Figura 26: a) Diagrama de deformación última, b) Resistencia $fFts$ del modelo rígido plástico, c) Resistencia $fFtu$ del modelo lineal MC2010 [50].	61
Figura 27: Mecanismo de transferencia de corte Marí et al. [1].	65
Figura 28: Distribución de tensiones en la zona no fisurada de hormigón Marí et al. [1].	66
Figura 29: Posición de la sección crítica (Scr) a corte en la viga Marí et al. [1].	67
Figura 30: Contribución de las fibras de las fibras de acero al MASM [2].	71
Figura 31: Contribución al efecto pasador en vigas de HRFA. [2].	72

Figura 32: Distribución de la frecuencia de datos: a) resistencia a la compresión, b) cuantía a tracción, c) altura efectiva, d) relación a/d, e) volumen de fibras.....	78
Figura 33: a) Relación entre la tensión normalizada de corte y el volumen de fibras y b) Relación entre la tensión normalizada de corte y el factor de fibra	79
Figura 34: a) Relación entre la tensión normalizada de corte y la relación a/d y b) Relación entre la tensión normalizada de corte y la altura efectiva.	80
Figura 35: a) Relación entre la tensión normalizada de corte y la cuantía a tracción b) Relación entre la tensión normalizada de corte y el tamaño máximo del agregado.	81
Figura 36: Comparación de los Modelos según Collins [61].	91
Figura 37: Comparación de los resultados experimentales y predicciones de las campañas experimentales.	92
Figura 38: Comparación de los resultados experimentales y predicciones de las normativas de diseño, GEP y MASM + FIBRAS.	95
Figura 39: Comparación de Resultados en función a la relación $a/d < 2.5$	97
Figura 40: Comparación de Resultados en función a la relación $a/d \geq 2.5$	98
Figura 41: Comparación de Resultados en función a la resistencia característica (f_{ck}).....	99
Figura 42: Comparación de Resultados en función a la altura efectiva (d).	99
Figura 43: Comparación de Resultados en función a la cuantía a tracción (ρ_l).	100
Figura 44: Comparación de Resultados en función al volumen de fibras (V_f).	100

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Compilación de las propiedades mecánicas de fibras para uso en hormigón [5]	18
Tabla 2: Rango de proporciones de los componentes del hormigón con fibras de acero [9].	22
Tabla 3: Resumen de resultados de la campaña experimental de Mansur et al. [13].	26
Tabla 4: Resumen de resultados de la campaña experimental de Adebar et al. [14].....	27
Tabla 5: Resumen de resultados de la campaña experimental de Ashour et al. [15].....	28
Tabla 6: Resumen de resultados de la campaña experimental de Noghabai [17].....	28
Tabla 7: Resumen de resultados de la campaña experimental de Cho y Kim [20].	29
Tabla 8: Resumen de resultados de la campaña experimental de Dinh et al. [11].	30
Tabla 9: Resumen de resultados de la campaña experimental de Aoude et al. [24].....	31
Tabla 10: Resumen de resultados de la campaña experimental de Minelli y Plizzari [26].	32
Tabla 11: Resumen de resultados de la campaña experimental de Sahoo y Sharma [27].	33
Tabla 12: Resumen de resultados de la campaña experimental Tahenni et al. [29].	33
Tabla 13: Resumen de resultados de la campaña experimental – relación a/d de Anand et al. [30].	34

Tabla 14: Resumen de resultados de la campaña experimental– flecha de Anand et al. [30].	34
Tabla 15: Resumen de resultados de la campaña experimental de Arslan et al. [31].	35
Tabla 16: Resumen de resultados de la campaña experimental Zarrinpour y Cho [32].	36
Tabla 17: Resumen de Modelos europeos de resistencia a flexotracción [53].	63
Tabla 18: Resumen estadístico de los parámetros de la base de datos.	75
Tabla 19: Resumen de Modelos para predecir el corte en HRFA sin armadura transversal.	82
Tabla 20: Resumen de normativas europeas, GEP y MASM + FIBRAS para predecir el corte en HRFA sin armadura transversal.	83
Tabla 21: Características de las formulaciones para la resistencia a cortante en HRF.	85
Tabla 22: Resultados de predicciones en base a las campañas experimentales.	87
Tabla 23: Resultados de predicciones en base a normativas europeas, GEP y MASM + FIBRAS.	88
Tabla 24: Clasificación y Puntuaciones según Collins [61].	88
Tabla 25: Puntuación de las campañas experimentales según Collins [61].	89
Tabla 26: Puntuación de predicciones: normativas europeas, GEP y MASM + FIBRAS, según Collins [61].	90
Tabla 27: Resumen cualitativo y cuantitativo de las formulaciones.	96

NOTACIONES

MAYÚSCULAS ROMANAS

A_s	Área de acero del refuerzo longitudinal a tracción (mm^2)
A_f	Área de la sección transversal de la fibra (mm^2)
$C.V.$	Coefficiente de variación (%)
E_c	Módulo de elasticidad del hormigón (MPa)
E_s	Módulo de elasticidad del acero (GPa)
D_f	Diámetro o diámetro equivalente de la fibra (mm)
G_f	Energía de fractura
F	Factor de fibra
F_l	Límite de proporcionalidad (N)
P_u	Carga última (kN)
L	Longitud total de la viga (mm)
L_{span}	Longitud de estudio para corte (mm)
M	Momento flector en la sección de análisis (kN m)
M_{cr}	Momento de fisuración del hormigón (kN m)
M_u	Momento último que resiste la viga (kN m)
P_u	Carga última (kN)
R_m	Resistencia fibra (N/mm^2)
T_{ma}	Tamaño máximo del agregado (mm)

V_f	Volumen de fibras (%)
V	Resistencia a cortante (kN)
V_c	Resistencia a cortante de la cabeza de compresión (kN)
V_{flex}	Cortante asociado a la rotura por flexión (kN)
V_{exp}	Cortante experimental (kN)
V_s	Resistencia a cortante de la armadura transversal (kN)
V_u	Corte último (kN)
V_w	Resistencia a cortante a través de la fisura en el alma (kN)
W	Ancho de fisura (mm)

MINÚSCULAS ROMANAS

a	Vano de cortante o distancia entre el apoyo y el punto de aplicación de la carga (mm)
b	Ancho de viga (mm)
c	Altura del eje neutro desde la fibra a compresión.
d	Altura efectiva de la viga (mm)
e	Factor adimensional para el efecto arco
f	Flecha (mm)
f_c	Resistencia a la compresión del hormigón (MPa)
f_{ct}	Resistencia a tracción del hormigón (MPa)
f_{ck}	Resistencia característica a compresión del hormigón (MPa)
f_{ctk}	Resistencia característica a tracción del hormigón (MPa)
f_{ctRd}	Resistencia residual de diseño a tracción del hormigón (MPa)
$f_{ctm,fl}$	Resistencia media a flexotracción del hormigón (MPa)
f_{cv}	Resistencia efectiva del hormigón a cortante (MPa)
f_{cuf}	Resistencia cúbica del hormigón (MPa)
f_{eq}	Resistencia equivalente a tracción del hormigón (MPa)
$f_{eq,ctk}$	Resistencia característica equivalente a la tracción (MPa)
$f_{eq,ctd}$	Resistencia de diseño equivalente a la tracción (MPa)
f_{Fts}	Resistencia residual a tracción para estado límite de servicio (MPa)
f_{Ftu}	Resistencia última residual a tracción para estado límite último (MPa)
f_{R1}	Resistencia residual nominal a tracción para un ancho de fisura ($CMOD_1$) de 0.5 mm (MPa)
f_{R3}	Resistencia residual nominal a tracción para un ancho de fisura ($CMOD_3$) de 2.5 mm (MPa)
f_{Ftud}	Resistencia residual de diseño a tracción (MPa)
f_{Ftuk}	Resistencia residual característica a tracción (MPa)
f_{spfc}	Resistencia a tracción cilíndrica de hormigón (MPa)
f_y	Límite elástico de fluencia del acero (MPa)
h	Altura total de la viga (mm)
k	Factor efecto tamaño
l_f	Longitud de la fibra (mm)
l_d	Longitud desarrollada de la fibra (mm)
ρ_l	Cuantía de refuerzo longitudinal (%)
v_u	Tensión última (MPa)
u	Ductilidad
x	Profundidad de la zona no fisura del hormigón

MINÚSCULAS GRIEGAS

α	Relación Modular
Δ	Variación de resultados
ε	Deformación
γ_c	Coeficiente de seguridad del hormigón
λ	Esbeltez o relación de aspecto
σ	Desviación estándar
σ_{tu}	Tensión residual de la fibra
σ_{cd}	Tensión axial media
τ	Tensión promedio de unión interfacial entre la matriz y las fibras (MPa)
θ	Inclinación de la fisura de cortante (grados)
ζ	Efecto tamaño en la zona de compresión

UNIDADES

kg	Kilogramo
kN	Kilonewton
MPa	Megapascal
mm	Milímetro
M	Metro
N	Newton

ABREVIACIONES

ACI	American Concrete Institute
ASTM	American Society of Testing Materials
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement
DBV	Asociación Alemana de Hormigón
DIM	Instituto Alemán para la Normalización
EN	Norma Europea
EHE	Instrucción Española de Hormigón Estructural
FIB – MC	Federación Internacional del Hormigón - Model Code
GEP	Gene expression programming
HRF	Hormigón Reforzado con Fibras
HRFA	Hormigón Reforzado con Fibras de Acero
MASM	Multi Action Shear Model
RILEM	The International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials
UNE	Una Norma Española

1. INTRODUCCIÓN

El hormigón es considerado como uno de los materiales más versátiles en el mundo de la construcción. Sin embargo presenta una alta fragilidad y baja resistencia a la tracción, lo que ha llevado a consecutivas investigaciones para mejorar su comportamiento, una de ellas a través de la adición de fibras proveniente de distintas fuentes, para conseguir características mecánicas superiores.

El hormigón reforzado con fibras (HRF) se remonta al siglo XIX, donde su uso habitual casi no fue desarrollado por sus desconocidos aportes, siendo fácilmente desplazado por el hormigón armado y sus diversas patentes. Es a mediados del siglo XX donde reaparece con mayor medida como una alternativa al hormigón con refuerzo convencional, pasando de compuestos simples para revestimientos a elementos con carácter estructural como: pavimentos y prefabricados, mercado donde ha sido exitoso y que hoy en día lo ha convertido en un material muy extendido para la construcción.

La implementación de HRF se debe en gran parte al desarrollo de líneas de investigación, teorías y ensayos emprendidos para entender su funcionamiento y permitir al proyectista diseños seguros, siendo uno de los fenómenos con mayor interés por parte de la academia el aporte o contribución de las fibras a la capacidad del hormigón para resistir efectos de corte, dando origen a modelos de análisis y diseño de elementos de HRF.

Las primeras formulaciones para evaluar la resistencia a cortante con hormigón reforzado con fibras se desarrollaron partiendo de hechos basados en observación y experiencia, pero que con el paso del tiempo se han consolidado en modelos empíricos o semi empíricos provenientes de regresiones y otros a través del estudio de la mecánica del fenómeno, brindando diferentes enfoques que no han podido ser consolidados en la unanimidad.

1.1 MOTIVACIÓN

En la actualidad la gran cantidad de estudios para comprender el comportamiento a cortante en elementos de hormigón, han sido realizados de manera empírica con variables comunes y específicas en cada estudio, debido a la complejidad del cortante. Los diferentes puntos de vista y perspectivas, derivan en que no exista un modelo único de cálculo y diseño a cortante en elementos de hormigón reforzado con fibras, generando incertidumbres al momento de su uso y aplicación, por lo que se hace imprescindible realizar una comparación entre las recomendaciones existentes.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivos generales

El objetivo básico de este estudio es comparar las predicciones a cortante realizadas por diferentes modelos para vigas de hormigón reforzado con fibras sin armadura transversal. Evaluar las diversas propuestas desarrolladas mediante hechos: empíricos, semi empíricos o mediante teorías mecánicas, ayudará a conseguir una predicción que refleje el verdadero comportamiento del fenómeno y se aproxime al máximo a la realidad.

1.2.2 Objetivos específicos

- Analizar el comportamiento a cortante en vigas fabricadas con hormigón reforzado con fibras de acero y como estas contribuyen en el modelo resistente.
- Entender los modelos existentes para la aplicación de sus formulaciones sobre la predicción de la capacidad de resistencia del elemento.
- Elaborar una base de datos de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) a partir de ensayos publicados, extrayendo información que permita realizar un análisis del rango de parámetros utilizados en las investigaciones.
- Comparar por diferentes métodos las propuestas estudiadas, evaluando su predicción y recomendando una formulación idónea.

1.3 ESTRUCTURA DEL TFM

El trabajo final de Máster se encuentra dividido en 6 capítulos distribuidos de la siguiente manera:

- Capítulo 1: Preámbulo de la temática, problemática y motivación del TFM, con el contenido de los objetivos generales y específicos a partir de los cuales se desarrollará el presente estudio.

-
- Capítulo 2: Base teórica que incluye: origen, concepto, composición y funciones del hormigón reforzado con fibra, en especial con fibras de acero y del cual se describe su comportamiento estructural a través de modelos de predicción de varios autores, obtenidos mediante: campañas experimentales existentes, normativas, guías y algoritmos evolutivos.
 - Capítulo 3: Describe el desarrollo del modelo mecánico para la predicción de resistencia a cortante–flexión (MASM) de Marí et al. [1] y su extensión MASM+FIBRAS [2], para el estudio a cortante en vigas de hormigón reforzadas con fibras.
 - Capítulo 4: Presenta un base de datos recopilados de campañas experimentales, que contiene específicamente vigas fabricadas de HRFA. En este apartado se expone las principales características geométricas y mecánicas, tanto del elemento como de las fibras, contiene también un análisis de datos estadísticos para analizar el rango de los parámetros utilizados y su influencia en la resistencia. En este apartado se describe también los principales resultados que se adquiere con la adición de fibras.
 - Capítulo 5: Comparación de las principales características de los modelos y evaluación de los resultados de las predicciones utilizando la información teórica y experimental, mediante: análisis estadístico, clasificación en función de la calidad de resultado y representaciones gráficas.
 - Capítulo 6: Conclusiones del TFM y futuras perspectivas que puedan partir de este estudio.

2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

2.1 HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS (HRF)

El concepto de la introducción de fibras en materiales de construcción con el objetivo de dotar de un mejor comportamiento, se considera que ha sido intuitivo y tienen origen en la antigüedad. Los primeros ejemplos claros se remontan a la adición de paja en paredes de barro, cabellos de caballos en bloques de arcilla y pequeñas fibras de asbesto en elementos de cerámica, siendo este el inicio de los materiales compuestos que ayudarían al desarrollo de asentamientos humanos.

Es en el primer periodo comprendido entre 1874 y 1960, que después del desarrollo del cemento y su extendido uso como conglomerante en el hormigón, empezaron los primeros intentos de adición de fibras, que en un inicio eran ideas sin ninguna técnica para limitar la fragmentación del material después de cambios de humedad y temperatura, y que aún en día es uno de los objetivos buscados. El segundo periodo considerado a partir de 1960, es en donde empezaron las primeras aproximaciones científicas para entender al HRF, y en el cual se estudiaba la afectación de la resistencia añadiendo fibras al hormigón [3].

Las últimas 5 décadas han marcado la mayor investigación del HRF, encontrando que el hormigón con fibras modifica su comportamiento después del rango lineal, debido al efecto residual de las fibras post-fisuración, incrementando así la capacidad de energía de absorción (área bajo la curva carga-flecha), ductilidad y control de fisuración. Cuando el cambio post-fisuración sea significativo se recomienda realizar un análisis no lineal.

En la primera etapa de un HRF sometido a solicitudes de tracción o flexotracción, es el hormigón quien toma la carga, en esta fase el aporte de las fibras es casi nulo, sin embargo en la segunda etapa cuando la carga es mayor a la resistencia a tracción del hormigón se inician las fisuras en la matriz y es en este momento que se produce la transferencia hacia las fibras, las cuales absorberán la carga. Finalmente el elemento aumentará su deformación debido a la pérdida de anclaje en la interfaz fibra- matriz hasta la rotura, ver Figura 1.

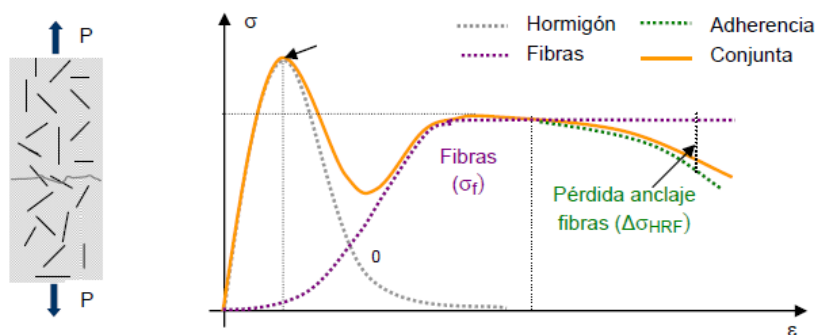


Figura 1: Comportamiento del HRF sometido a tracción/flexotracción [4].

Dentro de los principales aspectos que son mejorados a través de la incorporación de fibras se tiene:

- Incremento de la resistencia a: tracción, flexotracción y cortante, por el efecto puente que crean las fibras en la fisura crítica.
- Control de fisuración, se generan aberturas de menores anchos debido a la mejor distribución de esfuerzos, esto deriva también en un aumento en el tiempo de durabilidad y servicio.
- Resistencia post fisuración e incremento de ductilidad en el hormigón, efecto que se encuentra relacionado a la resistencia de arrancamiento, que obedece a: la interfaz entre matriz – fibra.
- Disminución del tiempo de construcción y reducción de mano de obra al conseguir menores espesores en los elementos.

Sin embargo, la adición de fibras puede ocasionar la reducción de la trabajabilidad del hormigón, por lo que se debe hacer uso de aditivos para mejorar la plasticidad de la mezcla. Otra de las consideraciones especiales es la inclusión de aire ocluido, cuando no hay un adecuado amasado, que causa un aumento de porosidad y posteriormente una disminución de resistencia.

Su utilización en diferentes tipos de hormigones en masa, armado o pretensado, ha sido indiscutible y su aplicación en el campo de las infraestructuras civiles ha ido extendiéndose en: edificación, vías, túneles, etc., además de su implementación en estructuras offshore e hidráulicas; que han convirtiendo al HRF en un material cada vez más popular.

2.2 FIBRAS

Se considera fibras a los pequeños elementos discretos añadidos al hormigón que se encuentran generalmente de forma aleatoria, debido a su longitud y sección reducidas, que modifican el comportamiento de la mezcla antes y después de endurecer. Una vez en el hormigón, se activan tan pronto como se forman fisuras en la matriz, dotando habitualmente de una mejor isotropía. Actualmente, existe un gran mercado para la provisión de fibras, lo que implica que la efectividad de la fibra sea altamente variable y que su uso dependa del análisis en laboratorio, diseño de la estructura y de experiencias en campo.

Las etapas en las que la fibras actúan de manera sistemática se resumen en la Figura 2: 1) formación de fisuras en la matriz de hormigón, 2) abertura y deslizamiento entre la fibra y la matriz, 3) puente de fibra uniendo la fisura, 4) deslizamiento con fricción, deformación del anclaje y arrancamiento de la fibra, 5) ruptura de la fibra bajo tensión [4].

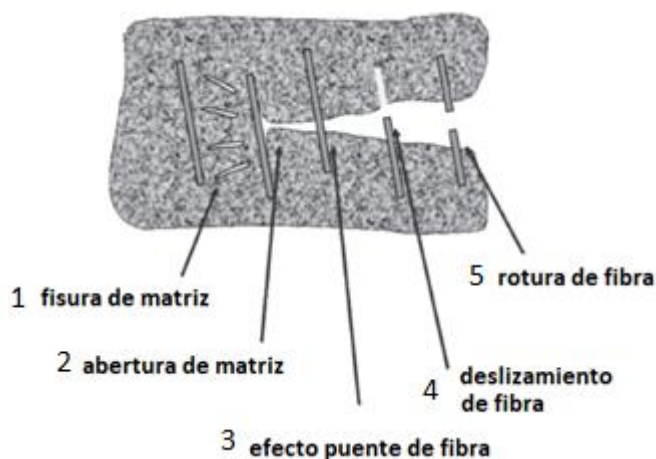


Figura 2: Esquema del mecanismo de cómo trabaja el refuerzo con fibra [4].

La clasificación de las fibras depende principalmente de su material, forma y dimensión (longitud, diámetro) y resistencia. Habitualmente, se las describe a través de los siguientes parámetros:

- l_f , longitud de la fibra (mm).
- l_d , longitud desarrollada de la fibra (mm).
- D_f , diámetro o diámetro equivalente de la fibra (mm).
- $\lambda = \frac{l_f}{D_f}$, esbeltez o relación de aspecto.

- A_f , área de la sección transversal de la fibra (mm^2).
- R_m , resistencia fibra (N/mm^2).

En la Tabla 1 se encuentra las principales propiedades mecánicas de las fibras más comunes para uso en hormigón [5].

Tabla 1: Compilación de las propiedades mecánicas de fibras para uso en hormigón [5]

Tipo de fibra	Diámetro Equivalente (mm)	Gravedad Específica (kg/m3)	Resistencia tracción (MPa)	Módulo de Elasticidad (GPa)	Elongación Máxima %
Acrílico	0.02 - 0.35	1100	200 - 400	2.00	1.1
Vidrio	0.005 - 0.15	2500	1000 - 2600	70 - 80	1.5 - 3.5
Grafito	0.008 - 0.009	1900	1000 - 2600	230 - 415	0.5 - 1.0
Aramida	0.01	1450	3500 - 3600	65 - 133	2.1 - 4.0
Nylon	0.02 - 0.40	1100	760 - 820	4.10	16 - 20
Poliéster	0.02 - 0.40	1400	720 - 860	8.30	11 - 13
Polipropileno	0.02 - 1.00	900 - 950	200 - 760	3.5 - 15	5.0 - 25.0
Polietileno	0.025 - 1.00	960	200 - 300	5.00	3.0
Sisal	0.08 - 0.30	760 - 1100	228 - 800	11 - 27	2.1 - 4.2
Coco	0.11 - 0.53	680 - 1020	108 - 250	2.5 - 4.5	14 - 41
Yute	0.10 - 0.20	1030	250 - 350	26 - 32	1.5 - 1.9
Acero	0.15 - 1.00	7840	345 - 3000	200	4 - 10

Se debe considerar además que a medida que el diámetro de la fibra disminuye, entran mayor cantidad por unidad de volumen afectando el espaciamiento entre fibras y condicionando la distribución de esfuerzos.

2.3 TIPO DE FIBRAS POR FUNCIÓN

Basado en el aporte que pueda proveer la disposición aleatoria de las fibras en los hormigones: armado, pretensado o en masa, se considera dos funciones principales mencionadas a continuación:

2.3.1 Estructurales

La Instrucción Española EHE-08 [6] en su Anejo 14 hace referencia a que las fibras estructurales son las que se pueden incluir en los cálculos de estado límite último o límite de servicio, con la finalidad de reemplazar o reducir la armadura convencional, incrementando también la energía de

rotura. Los coeficientes de seguridad usados se mantienen en los respectivos hormigones debidos que se considera que el uso de fibras no produce un cambio notable en la estimación de las incertidumbres, ni modificación de peso específico del hormigón.

2.3.2 No estructurales

Cuando el objetivo sea el de mejorar las características de comportamiento del hormigón a: fuego, retracción, abrasión, fisuración, impacto, etc., y a su vez aumentar su durabilidad en el tiempo, se considerarán como no estructurales.

2.4 TIPO DE FIBRAS POR SU NATURALEZA

Se busca que la fibra tenga buena adherencia con el hormigón, al igual que en el acero convencional evitando sobretodo una facilidad de arrancamiento. Las fibras en función a su composición pueden ser divididas en fibras de: acero, poliméricas o inorgánicas, siendo las primeras la de interés en este estudio y las cuales se explicarán a continuación:

2.4.1 Fibras de Acero

Son las más utilizadas como refuerzo adicional en el hormigón. Son de acero al carbono o acero inoxidable, actualmente en el mercado también existen con recubrimientos adicionales de zinc o galvanizados. Se subdividen en: tipo I (trefiladas), tipo II (cortadas en láminas, tipo III (virutas de acero) y tipo IV (acero fundido); se recomienda que su longitud (l_f) sea al menos dos veces el tamaño mayor del árido con el objetivo que la fibra brinde buena adherencia con el hormigón [6]. En algunos casos las fibras de acero tienen el potencial de sustituir a la armadura de cortante convencional.

La sección transversal tiene varias formas entre ellas las principales: circulares, cuadradas, rectangulares, sus formas más destacadas se presenta en la Figura 3.

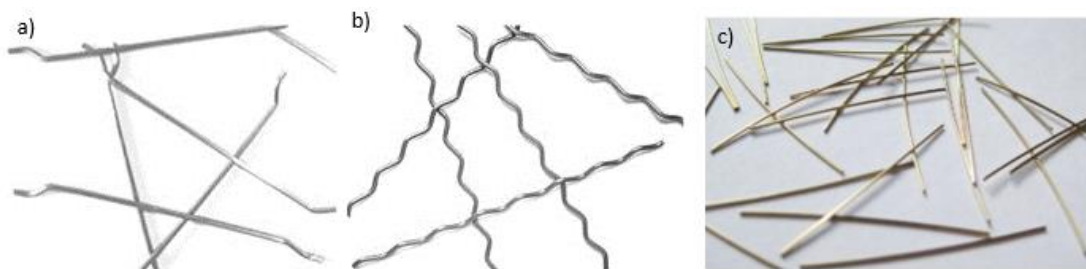


Figura 3: Fibras de acero: a) Rectas con gancho, b) Onduladas, c) Rectas.

2.5 HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO (HRFA)

El hormigón reforzado con fibras de acero aleatoriamente distribuidas es un material compuesto, por lo que sus propiedades mecánicas están basadas en la actuación del conjunto matriz-fibra. El HRFA inició en 1960 como una búsqueda para mejorar las propiedades mecánicas de un hormigón tradicional debido a su fragilidad y con el objetivo al igual que el del acero convencional el proveer de ductilidad al elemento y dar mayor resistencia a flexotracción, ver Figura 4.

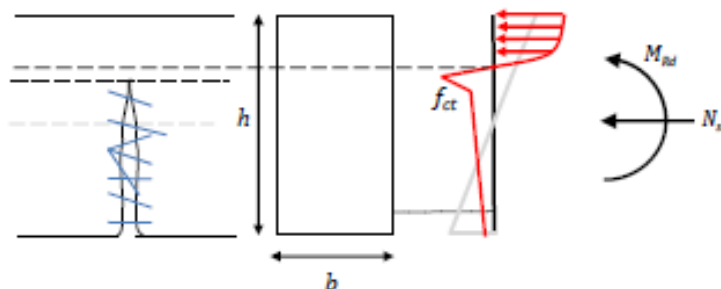


Figura 4: Distribución de tensiones en el HRF.

La forma en que se tipifica según la Instrucción EHE-08, se presenta a continuación:

$$T - R / f - R1 - R3 / C / TM - TF / A$$

Donde:

T , indica la siguiente nomenclatura: HMF, HAF, HPF, para hormigón en masa, armado y pretensado respectivamente.

R , resistencia característica a compresión (N/mm^2).

f , indica el tipo de fibra: “A” para acero, pero es válido para otras fibras como: para poliméricas “P” y fibra de vidrio “V”.

$R1, R3$, resistencia característica residual a flexotracción: $f_{R,1,K}$ y $f_{R,3,K}$ (N/mm^2).

C , consistencia de acuerdo a la sección 31.5 de la misma norma.

TM , tamaño máximo del árido (mm).

TF , longitud máxima de la fibra (mm).

A , designación del ambiente respecto al apartado 8.2.1 de la EHE-08.

2.5.1 Componentes del HRFA

EL HRFA está conformado por cemento hidráulico, agua, agregados finos, agregados gruesos, aditivos, agua y fibras de acero. Estas últimas añadidas al hormigón con métodos convencionales

de mezcla. La cantidad y tipo de fibra puede, en muchos casos limitar el tamaño de los áridos y aumentar el uso de aditivos plastificantes.

2.5.1.1 Cemento

Es el conglomerante que tiene capacidad de endurecer después del contacto con agua, una vez combinado con áridos y agua forma una mezcla plástica y maleable, que se conoce como hormigón. El cemento utilizado en HRFA es el mismo empleado en hormigón convencional, considerando que debe cumplir características determinadas en cada proyecto de ejecución.

2.5.1.2 Árido

Es el material granulado que compone parte del hormigón, mismo que no debe ser reactivo con el cemento, ni debe presentar debilidades a agentes externos en el sitio de construcción. La norma EN 12620 especifica las propiedades que deben tener los pétreos de origen: natural, reciclado y artificial, para ser utilizados en la fabricación de hormigón. Dependiendo de su granulometría se clasifican en áridos: gruesos (gravas) y finos (arenas); sus limitaciones de tamaños máximos y mínimos se podrá sustentar en la norma UNE-EN 933-2.

El tamaño máximo de árido y su proporción influyen en la capacidad de movilidad de las fibras, como se indica en la Figura 5, pues cuanto mayor es el parámetro mencionado menor es la movilidad potencial que tiene la fibra [7]. Para conseguir un mejor anclaje de la fibra en la matriz de hormigón, su longitud debe ser mayor al tamaño máximo del agregado, es recomendable mantener que el tamaño máximo del agregado no sea mayor a los $\frac{2}{3}$ de la longitud de la fibra y en lo posible es mejor si es menor al $\frac{1}{2}$ de la longitud de la fibra [8].

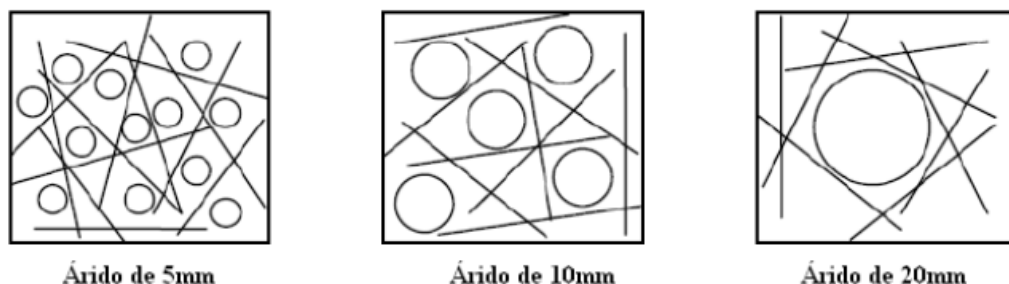


Figura 5: Efecto del tamaño en la distribución de las fibras [7].

2.5.1.3 Agua

Es utilizada en la hidratación del cemento, amasado y curado de la mezcla, no debe contener elementos que afecten las características mecánicas del hormigón, ni que generen problemas de durabilidad en los refuerzos de acero, para lo cual debe analizarse su contenido de: ph y sustancias disueltas como: sulfatos y cloruros. Las fibras pueden aumentar la consistencia del hormigón, sin embargo para no modificar la cantidad de agua, se debe compensar con la adición de aditivos conocidos como reductores de agua [6].

2.5.1.4 Aditivo

Son productos que generan modificaciones en la pasta de cemento tanto en estado fresco como en endurecido, los aditivos se incorporan al hormigón antes o durante el amasado. En hormigones que contengan fibras puede presentarse un aumento de la consistencia de la mezcla, que deberá ser controlada con aditivos reductores de agua, teniendo en cuenta que no se modifique la dosificación que ha sido prevista; además se busca que el aporte de ion cloruro por parte de los componentes no supere el 0.4% del peso de cemento, esto con el objetivo de evitar la despasivación de la armadura convencional y de las fibras metálicas, efecto que puede llevar a producir corrosión [6].

2.5.1.5 Fibras de Acero

Su composición y clasificación se ha indicado en el apartado 2.4.1, no obstante se debe mencionar que el aporte de las fibras se produce cuando en la matriz de hormigón se genera fisuras, la fibras ayudan cociendo y retardando el aparecimiento del agrietamiento, lo que genera un mecanismo de fisuras uniformemente distribuidas pero que no deja de estar condicionado por la cantidad, orientación y geometría de las fibras.

Tabla 2: Rango de proporciones de los componentes del hormigón con fibras de acero [9].

Componentes	Unidad	Tamaño máximo del árido (mm)		
		10	20	40
Cemento	Kg/m ³	355 - 600	295 - 535	280 - 415
Relación: Agua - Cemento		0.35 - 0.45	0.35 - 0.50	0.35 - 0.55
Agregado de fino a grueso	%	45 - 60	45 - 55	40 - 55
Aire ocluido	%	4 - 8	4 - 6	4 - 5
Volumen de fibras				
Conformadas	%	0.4 - 1.0	0.3 - 0.8	0.2 - 0.7
Planas	%	0.8 - 2.0	0.6 - 1.6	0.4 - 1.4

2.6 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL A CORTANTE EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO

La rotura por cortante es un fenómeno complejo e indeseable en elementos de hormigón. En una viga simplemente apoyada, la rotura inicia con fisuras en la zona inferior del elemento, cerca al apoyo por producto de la flexión y aparecen de forma perpendicular con respecto al eje longitudinal. Sin embargo debido a las tensiones tangenciales por el esfuerzo cortante, se produce un cambio de inclinación en la fisura, cercana a 45° y que avanza hasta el punto de aplicación de la carga provocado la rotura, ver Figura 6.

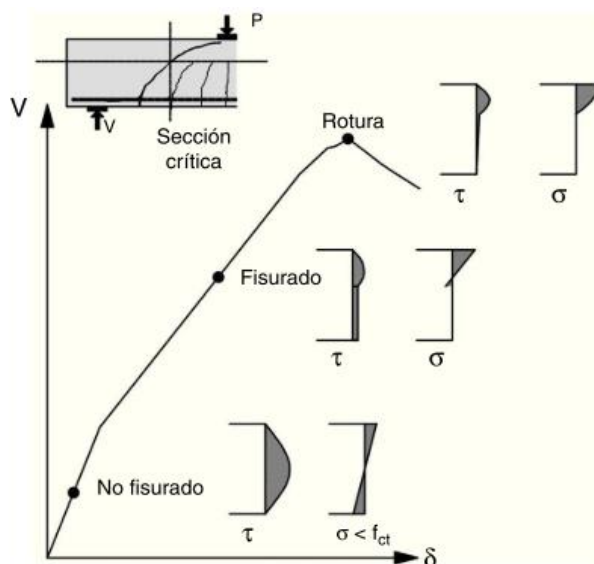


Figura 6: Evolución de las tensiones tangenciales en función al nivel de carga [10].

En un hormigón convencional se evita la rotura por cortante colocando armadura transversal en forma de cercos o añadiendo fibras, las cuales proveen de resistencia residual después de la formación de la fisura crítica. Es importante conocer el comportamiento del mecanismo de: formación y propagación de fisuras, el cual es base para muchos modelos de cálculo y que ayudan a entender cómo funciona el aporte de las fibras en el hormigón.

La ausencia de refuerzo transversal o fibras hace que la rotura por cortante se presente como una fisura diagonal amplia y única, con conexión entre el punto de aplicación de carga y el apoyo, Figura 7, no se generan fisuras adicionales debido a que no existe una buena distribución de tensiones que si se puede lograr con refuerzo con cercos o fibras.



Figura 7: Falla de corte en viga de hormigón armado sin cercos o fibras [11].

Con la adición de fibras se puede distribuir de mejor manera los esfuerzos, logrando cambiar la inclinación y la reducción de la abertura de la fisura principal, así como la aparición de un mayor número de grietas con anchos reducidos. Se conoce como tensión diagonal, si la fisura conecta el punto de aplicación de la carga y el apoyo, ver Figura 8-a, o cortante compresión si inicia con una fisura de flexión que se inclina por la presencia de tensiones tangenciales hasta que llega a la zona comprimida, donde la combinación de tensiones normales y tangentes da como resultado una tensión de compresión que rompe la cabeza de hormigón, ubicado en la punta superior de la falla, ver Figura 8-b. Este último modo de ruptura es el más común y en ocasiones viene acompañado por el salto del recubrimiento a lo largo de la armadura de tracción [11].



Figura 8: En vigas de HRFA, a) Corte por tensión diagonal, b) Cortante compresión [11].

2.7 CAMPAÑAS EXPERIMENTALES

Dentro del estudio del presente trabajo se ha recopilado información bibliográfica de diferentes estudios realizados durante varios años, investigaciones donde se han ensayado vigas de hormigón con sección rectangular, reforzadas con fibras de acero tipo hook-end o fibras rectas con ganchos en los extremos, sin armadura transversal y en donde su modo de fallo ha sido por cortante.

Las campañas experimentales corresponden a los siguientes autores:

Lim et al. [12], Mansur et al. [13], Adebar et al. [14], Ashour et al. [15], Li et al. [16], Noghabai [17], Barragán [18], Kwak et al. [19], Cho y Kim [20], Dupont y Vanderwalle [21], Rosenbusch y Teutsch [22], Cucchiara et al. [23], Dinh et al. [11], Aoude et al. [24], Shoaib et al. [25], Minelli y Plizzari [26], Sahoo y Sharma [27], Singh y Jain [28], Tahenni et al. [29], Anand et al. [30], Arslan et al. [31], Zarrinpour y Chao [32], Hameed y Al-Sherrawi [33], Qissab y Salman [34], y Yoo et al [35].

Se presenta de manera cronológica un resumen de las principales campañas experimentales de vigas de HRFA. Las investigaciones que contienen información acerca de los materiales y dosificaciones utilizadas, métodos de aplicación de carga, ensayos y análisis de resultados.

2.7.1 Mansur et al.

En 1987, la campaña experimental de Mansur et al. [13] propone ensayos en 24 vigas, agrupadas en 6 series denominadas desde la letra “A” a la “F”, y en las cuales se utilizó una variación de la relación a/d partiendo de 2.0 a 4.4 con incrementos de 0.8, la cuantía de acero se distribuyó de la siguiente manera: de la viga A1 a C4, D1 a D4, E2 y F2 de 1.3%, C5, E1 y F1 con 0.79%, C6, E3 y F3 con cuantía de 2%, para el volumen de fibras para la serie A sin fibras, B con el 0.5%, C – E y F con 0.75% y D con 1%. La longitud de las fibras fue de 30 mm con un diámetro de 0.5 mm.

Como parte del estudio, se categorizó los tipos de rotura en 4 grupos: fallo por flexión, por corte, cortante compresión y tensión diagonal. En el estudio se pudo determinar que manteniendo constante: el volumen de fibras y la cuantía de refuerzo a tracción, pero con incremento de la relación a/d , se puede cambiar de modo de fallo de cortante por compresión a tensión diagonal o a flexión, ver Tabla 3. En cuantías altas se induce a un fallo por corte debido a que el refuerzo longitudinal contribuye más a la resistencia a momento que al propio corte.

Tabla 3: Resumen de resultados de la campaña experimental de Mansur et al. [13].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Cuantía longitudinal ρ_l (%)	Relación a/d Vu (kN)	Tipo de fallo
B1	0.50	1.34	2.0	cortante compresión
B2	0.50	1.34	2.8	cortante compresión
B3	0.50	1.34	3.6	tensión diagonal
B4	0.50	1.34	4.4	flexión

2.7.2 Adebar et al.

En el año 1992, Adebar et al. [14] propuso un trabajo experimental en el cual se analizaron 11 vigas de iguales dimensiones, con refuerzo longitudinal igual a 6 varillas de diámetro 20 mm en la zona superior e inferior del elemento, ninguna cuenta con refuerzo transversal, la principal diferencia entre las muestras, está en el volumen usado y la longitud de las fibras de 30 y 50 mm, ambas con diámetro de 0.50 mm.

Las vigas fueron divididas en dos grupos según la resistencia del hormigón, los elementos FC1 a FC11 presentaron resistencias promedio a compresión de 60MPa. Las muestras FC1, FC4 y FC7 no contaron con ningún volumen de fibras, F5 y F6 se analizaron ensayaron bajo fuerzas axiales.

En el análisis experimental en vigas iguales se obtuvo que al aumentar la cantidad de fibras se reduce considerablemente el ancho máximo de la fisura diagonal, como se indica a continuación:

En la primera comparación para un elemento sin fibras (FC1), la máxima fisura fue de 0.80 mm con un nivel de carga de 131 kN, sin embargo con un incremento de fibra de 0 a 0.75% (FC2), la fisura fue apenas de 0.10 mm para 141 kN, es decir que se obtuvo una reducción de 88% en el ancho de fisura, ver Tabla 4.

Para la segunda comparación, la viga FC2 mostró una fisura máxima de 1.5 mm cuando llegó a 260 kN, mucho mayor que la de la viga FC3 con volumen de fibra igual a 1.50% y que para un estado de carga similar presentó un ancho de fisura de sólo 0.45 mm, indicando así una reducción del ancho de fisura del 70%, como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4: Resumen de resultados de la campaña experimental de Adebar et al. [14].

Muestra	Volumen de fibra (%)	Carga Pu (kN)	Ancho de Fisura W (mm)	Variación ΔW (%)
COMPARACIÓN 1				
FC1	0.00	131	0.80	-88
FC2	0.75	141	0.10	
COMPARACIÓN 2				
FC2	0.75	260	1.50	-70
FC3	1.50	268	0.45	

2.7.3 Ashour et al.

La campaña realizada en 1992 por Ashour et al. [15], consistió en ensayos de flexión y cortante en 18 vigas con hormigón de alta resistencia, sin armadura a cortante, teniendo como principales variables: la armadura longitudinal, el volumen de fibras y la relación a/d . Se presentaron 4 posibles forma de fallo: Modo I ($a/d > 6$), las vigas tienen generalmente fallos por flexión; Modo II ($4 < a/d < 6$), los fallos se producen por corte, flexión y tensión diagonal; Modo III ($2.5 < a/d < 4$) con fallos de corte y cortante a compresión y Modo IV ($a/d < 2.5$) con varios tipos de rotura.

La cuantía de refuerzo longitudinal utilizada fue de 0.37% (L para baja cuantía) correspondiente al mínimo del código ACI 318-89 Building Code, y 4.66% relacionado al máximo (M para alta cuantía), y una cuantía de 2.84% (A para cuantía promedio). Las fibras utilizadas fueron de 60 mm de longitud y 0.8 mm de diámetro.

Las vigas con fibras presentaron más grietas diagonales lo indicó una redistribución de los esfuerzos post fisuración, es en esta etapa que las fibras son efectivas hasta alcanzar su resistencia. El aumento en el volumen de fibras de 1 a 1.50%, puede cambiar de una falla frágil a una dúctil, como se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5: Resumen de resultados de la campaña experimental de Ashour et al. [15].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Carga última Vu (kN)	Tipo de fallo
B-6-0.0	0.00	-	flexión - cortante
B-6-1.0A	1.00	61	flexión
B-6-1.5A	1.50	106	flexión

2.7.4 Noghabai

En el año 2000, en el programa experimental de Noghabai [17] se ensayaron 32 vigas de hormigón de alta resistencia a cortante. Se clasificaron en 4 grupos: A, B, C, D, en función del canto de 250, 300, 500, 700 mm respectivamente. El acero de refuerzo se calculó para que no existiera fluencia, en este procedimiento las fibras utilizadas fueron metálicas y sintéticas para los siguientes volúmenes: 0.5, 0.75 y 1%, se debe mencionar que en ningún caso existió vigas con mezcla entre fibras de diferente naturaleza, y fueron elaboradas con las dosificaciones antes mencionadas. Se concluyó que el incremento de fibras mejora la capacidad a cortante (ver Tabla 6) y que las fisuras diagonales pueden propagarse establemente pero dependen de la geometría, la cantidad de armadura, y condiciones de contorno.

Tabla 6: Resumen de resultados de la campaña experimental de Noghabai [17].

Muestra	Tipo de fibra	Volumen de fibra Vf (%)	Carga Pu (kN)	Variación ΔPu (%)
I,S60/0.7/0.5	recta con gancho	0.50	504	-
I,S60/0.7/0.75	recta con gancho	0.75	524	4

2.7.5 Barragán

En la campaña experimental de Barragán [18] en 2002, se ensayaron 13 vigas reforzadas con fibras de acero las cuales fueron divididas en dos series: la primera (SFRC-1) de 3 elementos de sección rectangular con variación de la altura efectiva y 4 con sección “T” con variación del ancho del ala, la segunda serie (SRF-2) formada de 3 vigas con la condición de SFRC-1 y 3 en sección “T”, en las cuales se mantuvo el ancho del ala pero se varió su altura. Adicionalmente se ensayaron 3 vigas, dos rectangulares y una en sección “T” sin ninguna adición de fibras, mismas que sirvieron para el control de resultados.

El hormigón utilizado fue de resistencia convencional, de 30 MPa, con fibras de acero de longitud igual a 60 mm y diámetro de 0.9 mm, para todos los elementos se utilizó un volumen de fibras de 0.50%. Todas las vigas ensayadas fallaron por cortante, observando que en las vigas con fibras mostraron mayor grado de fisuración comparadas con las vigas sin adición de fibras, lo que indica que debido al refuerzo absorbieron mayor energía durante la falla.

2.7.6 Cho y Kim

En 2003, la investigación Cho y Kim [20] se concentra en: fisuración, última resistencia, tipo de fallas y deformaciones en las vigas, para lo cual se analizaron 30 elementos, que fueron divididos en 6 series de 5 muestras. Dentro de los parámetros estudiados se mantiene constante la relación entre el vano de cortante y la altura de la viga (a/h), pero la resistencia del hormigón varió de 30MPa a 80MPa y la cuantía de acero longitudinal de 1.3% a 2.9%. Únicamente en la serie F60S se colocó armadura transversal, siendo estas vigas las que fallaron por flexión, a diferencia del resto que fallaron por cortante.

En cada serie los 5 elementos fueron construidos utilizando fibra tipo gancho, todas con una longitud de 36 mm y diámetro de 0.6 mm. Los volúmenes de fibra considerados oscilaron entre 0% y 2%, con incremento entre uno y otro de 0.5%; mostrando que la resistencia a cortante es proporcional al volumen de fibras y que el modo de fallo también se ve afectado, como se indica en la Tabla 7.

Tabla 7: Resumen de resultados de la campaña experimental de Cho y Kim [20].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Carga última Vu (kN)	Tipo de fallo
F30-0.0-13	0.00	73.8	corte
F30-1.0-13	1.00	79.4	flexión - cortante
F30-1.5-13	1.50	84.3	flexión - cortante
F30-2.0-13	2.00	91.4	flexión

2.7.7 Dinh et al.

En la investigación de Dinh et al. [11], realizada en 2010, se ensayaron 28 vigas divididas en 2 series en función a su canto. La primera denominada B18 correspondiente a 455 mm de canto y la segunda B27 de 685 mm. Los elementos fueron diseñados para fallar en el vano largo donde el cortante puede hacer efecto, el lado corto se reforzó con cercos para evitar que rompiese en esa zona. Los elementos se diseñaron con una relación a/d cercana o igual a 3.5 para así reducir la

contribución del efecto arco. Las vigas fueron construidas con cuantías de acero de 1.6, 2.0 y 2.7%; un hormigón de resistencia 41 MPa y fibras con gancho de longitudes iguales a: 30, 60 y 30 mm, con sus respectivas relaciones longitud y diámetro (l_f/D_f) de 55, 80 y 80.

La armadura longitudinal fue otro parámetro analizado en este estudio, pues la cantidad de refuerzo afecta a la resistencia del elemento a cortante. En primer lugar, la cuantía de armadura modifica la profundidad de la fibra neutra, y por tanto la zona de compresión del hormigón, y en segundo lugar, la armadura provee resistencia por efecto pasador, y en tercer lugar, modifica el tipo de rotura.

Pese a la variación del tipo y cuantía de fibra, se observa como prácticamente no se vio modificada la tensión última (v_u) como se muestra en la Tabla 8.

Tabla 8: Resumen de resultados de la campaña experimental de Dinh et al. [11].

Muestra	Volumen de fibra	Tamaño de fibra	Tensión última
	Vf (%)	(lf/Df)	v_u (MPa)
B18-1a	1.00	30/0.54	2.90
B18-2a	1.00	60/0.75	3.00
B27-1a	0.75	30/0.54	2.90
B27-2a	0.75	60/0.75	2.80

De los análisis, se apreció que en vigas sin contenido de fibras, la rotura por cortante se presenta a través de una fisura crítica diagonal simple y en las vigas reforzadas con fibras aparecen al menos dos fisuras diagonales. La separación entre estas fisuras aumentó a medida que la altura efectiva fue mayor. Tomando en cuenta los ensayos se considera que el límite de la flecha puede ser controlado a través de la longitud de la fibra (l_f) y no necesariamente en función al vano libre; teniendo como adecuado un ancho de fisura igual al 5% de la longitud la fibra y un límite propuesto de deflexión $l_f/24$.

Las fibras ayudaron a incrementar la resistencia a cortante, sin embargo parece disminuir su efectividad con cantidades mayores al 1% de volumen, siendo el rango entre 0.75 y 1.0% donde el aporte es mejor y rango que permitiría reemplazar el mínimo requerido por el código ACI 318-08 Building Code. Para otros casos, las vigas que presentaron mayores resistencias son las que tuvieron mayor contenido de fibras y presentaron mayor relación entre su longitud y diámetro.

2.7.8 Aoude et al.

La investigación de Aoude et al. [24] en 2012, ensayó 9 vigas a escala real, de las cuales 6 eran sin armadura transversal y 3 consideraban una cuantía mínima transversal. Los especímenes fueron categorizados mediante tres denominaciones: “A”, “B” y “BF”, que internamente manejan contenidos de fibras de: 0.0, 0.5 y 1.0%. La serie “A” consideraba solo refuerzo a flexión de 200 mm², la “B” refuerzo a flexión y a compresión de 500 mm² y 300 mm² respectivamente, la serie “C” mantiene el refuerzo de la “B” más el aumento del refuerzo transversal, mismo que consistía en cercos de 11.3 mm espaciados cada 27.5 mm.

El hormigón para la construcción de vigas presentó resistencias promedio de 20MPa. Las fibras conformadas en frío tipo gancho tenían un diámetro de 0.5 mm y longitud de 30 mm. En función al tamaño de la viga se usaron vanos de 1700 mm y 3700 mm, para que la relación a/d fuese aproximadamente de 3.

La inclusión de fibras en el hormigón mostró un aumento de la capacidad de resistencia a cortante como se muestra en la Tabla 9, se debe indicar que en la serie “A” aún con el contenido de 1.00% de fibras no pudo cambiar el tipo de rotura de frágil a dúctil.

Tabla 9: Resumen de resultados de la campaña experimental de Aoude et al. [24].

Muestra	Volumen de fibra	Resistencia a Corte	Incremento
	Vf (%)	Vu (kN)	Δv_u (%)
A0%	0.00	36.50	-
A0.5%	0.50	47.50	30%
A1%	1.00	56.50	19%

2.7.9 Minelli y Plizzari

En 2013, Minelli y Plizzari [26] presentan su compañía donde se utilizaron 18 vigas de sección rectangular, divididas en 6 series experimentales, todas con relación a/d de 2.5, la cual es conocida como la más crítica para efectos de cortante, la armadura longitudinal utilizada para la serie desde la No. 1 a la No. 4 es de 1.04%, para la serie No. 5 con 0.99% y para la No. 6 con 1.03%. Los hormigones utilizados para la series 1, 2, 3 y 5 corresponde a una resistencia de 32.5 MPa, la serie 4 tiene 53.5 MPa y la No. 6 contempla ambos valores mencionados. El refuerzo en forma de fibras utilizadas son tipo gancho, con las siguientes longitudes: 50, 30, 12, 30, 30, y sus correspondientes diámetros 1.0, 0.6, 0.18, 0.62, 0.38 mm; dando diferente volumen de contenido de fibras.

En elementos donde la cantidad relativa de fibras es baja, se considera que no influye en la trabajabilidad del hormigón y el costo es poco significativo, sin embargo el tamaño de las fibras modifican la redistribución del patrón de fisuras, en algunos casos se logra retrasar o incluso evitar la formación, lo que es claro es que dan una mayor capacidad de deformación, ver Tabla 10.

Tabla 10: Resumen de resultados de la campaña experimental de Minelli y Plizzari [26].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Tamaño de fibra (lf/Df)	Carga Pu (kN)	Flecha centro viga f (mm)	Variación de flecha Δf (%)
NSC1-PC	0.00	-	127	9.10	-
NSC1-FRC1	0.38	30/0.6	258	19.60	115
NSC2-FRC1	0.38	50/1.0	229	18.80	107

2.7.10 Sahoo y Sharma

En el programa experimental de Sahoo y Sharma [27] realizado en 2014, se ensayaron 12 vigas en total, 3 de ellas sin cercos, elementos que sirvieron para analizar la resistencia a cortante y flexión, la ductilidad y el mecanismo de rotura bajo cargas monótonas, dentro de los parámetros de estudio se analizaron la influencia en la variación del volumen de fibra, resistencia del hormigón, cuantía de acero longitudinal y transversal, y la relación a/d . Las secciones y longitudes de las vigas se mantuvieron constantes, el hormigón utilizado contenía relaciones agua/cemento de 0.55 y 0.55. Las fibras utilizadas tenían una longitud de 60 mm y diámetro de 0.75 mm.

Las muestras con contenido de fibras cercanos a 1.5% mostraron una reducción de la ductilidad comparadas con volúmenes de 1% (ver Tabla 11). Este efecto se pudo deber a que la distribución de fibras en el hormigón es aleatoria y a mayor cantidad se puede afectar en la trabajabilidad de la mezcla.

Tabla 11: Resumen de resultados de la campaña experimental de Sahoo y Sharma [27].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Ductilidad u
M20-S-0.75	0.75	1.00
M20-S-1	1.00	3.70
M20-S-1.25	1.25	1.90

2.7.11 Tahenni et al.

En 2016, la campaña experimental de Tahenni et al. [29] propone que la resistencia a corte está definida por varios parámetros, siendo la más importante la relación (a/d) entre el vano de corte y la altura efectiva, para lo cual se analizaron 24 vigas reforzadas con fibras de acero con sección y longitud constante. Las fibras utilizadas son acero tipo gancho, con longitudes (lf) de 35 y 80 mm, y aspecto de radio (lf/Df) de 65 y 80, respectivamente, siendo usadas en volúmenes que variaron desde 0 a 3%. El hormigón era de alta resistencia con valores promedios a 60MPa.

De los resultados obtenidos se determinó que las primeras fisuras fueron por flexión, suceden entre el 60 y 70% de la carga de rotura, sin embargo con la adicción de fibras se presentan a mayores cargas, ver Tabla 12.

Tabla 12: Resumen de resultados de la campaña experimental Tahenni et al. [29].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Tamaño de fibra (lf/Df)	Carga Fisura Diagonal Pd (kN)
S0F0	-	-	37.81
S0F0.5-65	0.50	65	41.45
S0F1.0-65	1.00	65	61.33
S0F3.0-65	3.00	65	67.48

Este estudio también recomienda que se utilice el 1% de volumen de fibras como mínimo absoluto para mejorar el comportamiento en vigas a corte y en hormigones de alta resistencia.

2.7.12 Anand et al.

En el estudio realizado en 2017 por Anand et al. [30], se ensayaron 6 vigas de hormigón de alta resistencia (80 MPa), de igual sección rectangular y con armadura a tracción. La cuantía de armadura longitudinal a tracción fue del 1%. Las dimensiones de la fibra fueron 36 mm de longitud

y 0.45 mm de diámetro, el volumen utilizado de fibras fue de 0.5%. 1.0% y 1.5% con relación al volumen del hormigón.

Del estudio se pudo determinar que la capacidad a cortante decrece a medida que aumenta la relación a/d (ver Tabla 13). Esta relación considera el punto de aplicación de la carga desde el apoyo (a) y la altura efectiva del elemento (d).

Tabla 13: Resumen de resultados de la campaña experimental – relación a/d de Anand et al. [30].

Muestra	Volumen de fibra	Relación a/d	Vu analítico	
	Vf (%)		(kN)	ΔVu (%)
SH1	0.50	1.50	136.75	-
SH4	0.50	2.50	77.62	-43

El aumento de fibras también mejora la capacidad de deformación, como ejemplo en el elemento SH6 con el 1.5% de inclusión de fibras presentó una flecha de 9.9 mm, la máxima en comparación a los otros especímenes, como se indica en la Tabla 14.

Tabla 14: Resumen de resultados de la campaña experimental– flecha de Anand et al. [30].

Muestra	Volumen de fibra	Relación a/d	Flecha
	Vf (%)		f (mm)
SH3	1.5	1.50	5.80
SH4	0.50	2.50	7.20
SH6	1.50	2.50	9.90

2.7.13 Arslan et al.

El programa de Arslan et al. [31] realizado en 2017, se ha concentrado en el análisis de la resistencia a cortante en vigas para lo cual se ensayaron 3 especímenes de hormigón armado y 10 de hormigón armado reforzado con fibras de acero. Las 13 vigas no tenían armadura transversal. Como la sección transversal era rectangular e igual en todos los casos, las vigas se agruparon en función de su relación a/d , siendo series de 2.5, 3.5 y 4.5. La armadura longitudinal inferior consistió en 2 varillas de diámetro de 16 mm o una cuantía de 1.34%, para evitar fallos por flexión y proceder con el análisis a cortante. Las fibras de acero tenían una longitud de 30 mm con un diámetro de 0.55 mm y el volumen de fibras utilizado va desde el 0 al 3%.

Esta campaña hace referencia a la relación (a/d) entre el vano de cortante y el canto útil. Se observó que a medida que este valor aumentaba, la resistencia a la tensión diagonal disminuía, debido al incremento del momento de flexión y a la disminución del efecto arco, ver Tabla 15.

Tabla 15: Resumen de resultados de la campaña experimental de Arslan et al. [31].

Muestra	Volumen de fibra Vf (%)	Relación a/d	Carga crítica Pu (kN)	Variación Δv_u (%)
A2.5R	0.00	2.50	81	-
A2.5F2.0	2.00	2.50	100	23
A3.5F2.0	2.00	3.50	85	5
A4.5F2.0	2.00	4.50	70	-14

Dentro de un análisis comparativo los especímenes A2.5F2.0, A2.5F3.0 y A2.5R (sin fibras) mostraron un aumento de la resistencia a corte del 23.7% y 8.88% respectivamente. Para la capacidad de deflexión se puede analizar la serie A3.5, en donde el ítem A3.5F3.0 tuvo una deflexión de 6.83 mm y A3.5 (sin fibras) obtuvo 2.83 mm, es decir un aumento del 41%. El aumento de las flechas está relacionado directamente al incremento de volumen de fibra, debido a que estas mejoran la capacidad de deflexión del elemento.

2.7.14 Zarrinpour y Cho

En 2017, Zarrinpour y Cho [32] proponen su campaña con el objetivo de evaluar el aporte de las varilla de acero a tracción o efecto pasador, que en muchos modelos es omitida, en este estudio se considera que dicho efecto es apreciable. En la campaña experimental se han trabajado con 12 vigas esbeltas con alturas de entre 305 a 1220 mm, los parámetros utilizados fueron: la relación a/d , refuerzo longitudinal (ρ_l), volumen de fibras (V_f), y la resistencia a compresión del hormigón (f_{cm}). Las fibras tipo gancho usadas tenían una longitud de 51 mm y diámetro de 0.76 mm, con un contenido de fibras del 0.75%, mínimo valor que establece el código ACI 318-14 Building Code para refuerzo a corte.

La lenta progresión de las fisuras en las vigas reforzadas con fibra hace que se mantenga por más tiempo la altura en la zona de compresión, lo que contribuye a aumentar la resistencia a cortante. El estudio determinó que la contribución de la resistencia a cortante por parte de la armadura longitudinal corresponde entre el 10 al 35% en vigas esbeltas (ver Tabla 16). La contribución del agregado también ha sido analizada obteniendo que está entre el 0 al 1% de aumento en la resistencia a corte.

Tabla 16: Resumen de resultados de la campaña experimental Zarrinpour y Cho [32].

Serie	Volumen de fibra	Altura efectiva	Aporte efecto pasador
	Vf (%)	d (mm)	%
SFRC	0.75	305-1220	10 - 35

2.8 PROPUESTAS EMPÍRICAS PARA ESTIMAR LA RESISTENCIA A CORTANTE

Basadas en campañas experimentales, muchos investigadores han hecho propuestas acerca del comportamiento del HRF, presentando de manera empírica o semi empírica modelos para estimar la resistencia a cortante, cada uno con variables específicas, producto de sus propios ensayos o estudios previos. La importancia de todas estas las formulaciones es el de representar el comportamiento a cortante del HRF, a través de las variables que influyen en el mecanismo de resistencia, la diversidad de criterios ha llevado al origen de un sinnúmero de fórmulas, sin embargo se ha intentado tomar en cuenta las más utilizadas y recomendadas por diferentes estudios.

Las predicciones analizadas producto de las campañas experimentales son: Sharma [36], Mansur et al. [13], Narayanan y Darwish [37], Ashour et al. [15], Shin et al. [38], Khuntia et al. [39], Kwak et al. [19], Dinh et al. [40], Arslan [41].

2.8.1 Sharma

En 1985, Sharma [36] a partir de ensayos combinados de flexión y cortante, realizados en vigas de sección rectangular con y sin contenido de fibras y en las cuales no se ha variado el refuerzo de acero longitudinal, propone una formulación de manera empírica para vigas de hormigón reforzado con fibras, evaluando la resistencia a cortante por medio de la siguiente expresión:

$$V_u = k f_{ct} \left(\frac{d}{a} \right)^{0.25} \quad (2.1)$$

Donde:

f_{ct} , resistencia a tracción de un hormigón reforzado con fibras, si es de valor no es proporcionado se puede tomar $0.79\sqrt{f_{ct}} \text{ (MPa)}$.

$k = 1$ si f_{ct} se obtiene por ensayo de tracción directa; $k = 2/3$ si f_{ct} es por ensayo de tracción indirecta o $k = 4/9$, si para f_{ct} se usa el módulo de ruptura de una viga de 100 mm.

2.8.2 Mansur et al.

En 1987, la fórmula de Mansur et al. [13] se origina considerando el equilibrio de fuerzas en sentido vertical a través de la fisura diagonal. El corte exterior (V) es resistido por: el hormigón comprimido (V_{cy}), el entre enlace del agregado (V_n), el refuerzo longitudinal (V_d) y el refuerzo del alma (V_s), dando como la resultado la siguiente expresión:

$$V = V_{cy} + V_{ny} + V_d + V_{sy} \quad (2.2)$$

En donde por una complicada estimación individual de los componentes internos: el hormigón en compresión, el agregado, el refuerzo longitudinal, se los considera en V_c , simplificando a:

$$V = V_c + V_{sy} \quad (2.3)$$

El equilibrio de las fuerzas anteriormente mencionadas se puede apreciar en la Figura 9.

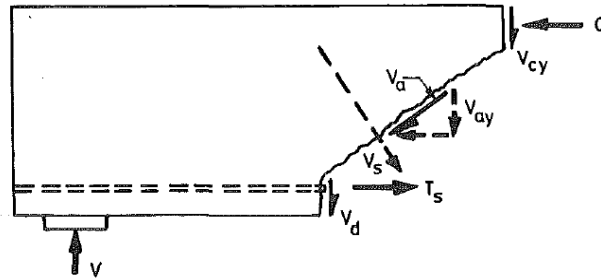


Figura 9: Fuerzas resistentes en la fisura diagonal [13]

El Código ACI 318-83 Building Code, establece que la resistencia de V_c puede ser calculado con la ecuación (2.4).

$$V_c = \left(0.16 \sqrt{f'_c} + 0.17 \frac{\rho V d}{M} \right) b d \leq 0.29 \sqrt{f'_c} b d \quad (2.4)$$

Donde:

V y M , representan el corte y momento respectivamente en la sección de análisis.

$$\text{Si } a \leq 2d \quad \frac{M}{V} = \frac{M_{max}}{V} - \frac{a}{2} \quad (2.5)$$

$$\text{Si } a > 2d \quad \frac{M}{V} = \frac{M_{max}}{V} - d \quad (2.6)$$

Se debe tener en cuenta que las fibras que atraviesan la fisura aumentan la resistencia post fisuración, esta tensión residual (σ_{tu}) que provee la fibra se calcula con la ecuación de Swamy et al. [42]

$$\sigma_{tu} = \eta_0 \eta_l \eta_b 2 \tau \frac{l_f}{D_f} V_f \quad (2.7)$$

Donde:

η_0 , factor de orientación de la fibra igual a 0.41.

η_l , factor de corrección de la longitud de la fibra igual a 0.5.

η_b , factor en función al tipo de fibra igual a 1 o 1.2 para fibra ondulada.

τ , tensión promedio de unión interfacial de la matriz y las fibras, puede ser considerado como $0.68 \sqrt{f_{cm}}$.

l_f, V_f, D_f , longitud, volumen, y diámetro de fibra respectivamente.

Finalmente es la ecuación (2.8) la que se utiliza para el cálculo de la capacidad a cortante:

$$V_u = V_c + \sigma_{tu} b d \quad (2.8)$$

2.8.3 Narayanan y Darwish

La propuesta de Narayanan y Darwish [37] llevada a cabo en 1987, ha sido realizada en base a un modelo empírico para contabilizar: la resistencia del hormigón (V_c), la resistencia del enlace del agregado (V_a), la resistencia del refuerzo longitudinal (V_d) y el aporte debido a las fibras de acero en HRF (V_b), donde el equilibrio de fuerzas verticales para este modelo se lo puede ver en la expresión (2.9).

$$V = V_c + V_a + V_b + V_d \quad (2.9)$$

f_{cuf} , resistencia cúbica del hormigón con fibras (MPa)

σ_{tu} , resistencia que provee la fibra calculada a través de la expresión (2.14)

$$\sigma_{tu} = 0.41 \tau F \quad (2.14)$$

Siendo:

τ , tensión promedio de unión interfacial de la matriz y las fibras, basada en combinación de adhesión, fricción y mecánica de enlace, considerado como 4.15 MPa según Swamy et al. [43].

F , factor de fibra, con l_f , V_f , D_f , longitud, volumen, y diámetro de fibra respectivamente.

$$F = \left(\frac{l_f}{D_f} \right) V_f \quad (2.15)$$

2.8.4 Ashour et al.

En 1992, Ashour et al. [15] partiendo de ecuaciones experimentales anteriores y similares como la del Código ACI 318-89 Building Code, incorpora el vano de corte (a), y la altura efectiva (d), para posteriormente realizar regresiones sobre los análisis de resultados y exponer la primera propuesta a través de la siguiente ecuación:

$$V_u = \left[(0.7 \sqrt{f'c} + 7F) \frac{d}{a} + 17.2 \rho_l \frac{d}{a} \right] b d \quad (2.16)$$

Donde:

F , factor de fibras de Narayanan y Darwish [37].

También se presentó una segunda formulación donde la ecuación base fue la de Zsutty [44], que fue modificada para la implementación de fibras y de esta manera calcular la resistencia a corte, dando como resultado la ecuación (2.17) y (2.18).

$$Si \frac{a}{d} \geq 2.5, \quad V_u = \left[(2.11 \sqrt[3]{f'c} + 7F) \left(\rho_l \frac{d}{a} \right)^{0.333} \right] b d \quad (2.17)$$

$$\text{Si } \frac{a}{d} < 2.5, \quad V_u = \left[\left(2.11 \sqrt[3]{f'c} + 7F \right) \left(\rho_l \frac{d}{a} \right)^{0.333} \frac{2.5}{\frac{a}{d}} + \sigma_{tu} \left(2.5 - \frac{a}{d} \right) \right] b d \quad (2.18)$$

2.8.5 Shin et al.

Para el año de 1994, Shin et al. [38] presenta ecuaciones empíricas, utilizadas para realizar una evaluación de la resistencia a la fisura diagonal o mejor conocida como resistencia a corte en HRF, para esta investigación se evaluaron vigas con hormigones de alta resistencia, con promedios de 80 MPa, además de la variación de los siguientes parámetros: volumen de fibras (V_f), relación adimensional (a/d) y cuantía de refuerzo longitudinal (ρ_l).

La resistencia se calculará con las siguientes expresiones:

$$\text{Si } \frac{a}{d} \geq 3 \quad V_u = \left[0.10 f_{sp} + 93 \rho_l \left(\frac{d}{a} \right) + 0.834 \sigma_{tu} \right] b d \quad (2.19)$$

$$\text{Si } \frac{a}{d} < 3 \quad V_u = \left[0.22 f_{sp} + 217 \rho_l \left(\frac{d}{a} \right) + 0.834 \sigma_{tu} \right] b d \quad (2.20)$$

Siendo para ambos casos:

f_{sp} , resistencia a tracción del hormigón.

$\sigma_{tu} = 0.41 \tau F$, resistencia que provee la fibra.

F , factor de fibra.

2.8.6 Khuntia et al.

La propuesta de Khuntia et al. [39] realizada en 1999, asume que la contribución de la fibra es mediante una tensión de tracción uniforme a lo largo de la fisura diagonal de 45° , con una proyección vertical y horizontal igual a $0.9d$, como se indica en la Figura 11. En este modelo la sección crítica de corte para un vano simple puede ser asumida a una distancia (d) de la aplicación de la carga.

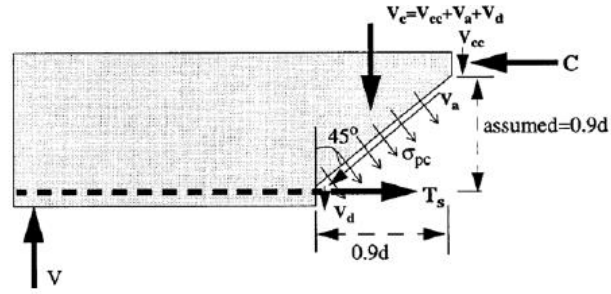


Figura 11: Contribución de las fibras en la resistencia a corte de elementos de HRFA [39].

La tensión uniforme en este modelo se calcula mediante la ecuación (2.21).

$$\sigma_{tu} = 0.41 \tau F \quad (2.21)$$

Donde:

τ , tensión promedio de la unión interfacial de la matriz y las fibras igual a $0.68 \sqrt{f'c}$.

F , factor de fibra, donde d_f es igual a 1.

$$F = \left(\frac{l_f}{D_f} \right) V_f d_f \quad (2.22)$$

Posteriormente la contribución de fibras se obtiene de la siguiente manera:

$$V_{f11} = 0.41 (0.68 \sqrt{f'c}) F b 0.9 d = 0.25 \sqrt{f'c} F b d \quad (2.23)$$

Para el cálculo de la resistencia a corte del hormigón se utilizó el código ACI 318-95 Building Code, el cual propone la ecuación (2.24).

$$V_c = 0.167 \sqrt{f'c} b d \quad (2.24)$$

A la ecuación anterior se la incorporó el factor por efecto de arco (e) de Zsutty [44], obteniendo la resistencia total a corte del elemento:

$$V_u = [(0.167 e + 0.25 F) \sqrt{f'c}] b d \quad (2.25)$$

Para el factor por efecto de arco (e) se deberá tener en cuenta las siguientes condiciones:

$$Si \frac{a}{d} > 2.5 \quad e = 1 \quad (2.26)$$

$$Si \frac{a}{d} \leq 2.5 \quad e = 2.5 \frac{d}{a} \quad (2.27)$$

2.8.7 Kwak et al.

En 2002, Kwak et al. [19] propone su modelo basado en una modificación de la ecuación de Zsutty [44] para tener en cuenta el aporte de las fibras en elementos sin cercos, obteniendo para predicción de cortante la expresión (2.28).

$$V_u = \left[3.7 e f_{spfc}^{\frac{2}{3}} \left(\rho_l \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} + 0.8 \sigma_{tu} \right] b d \quad (2.28)$$

Donde:

e , es el factor de arco, obtenido de las ecuaciones siguientes:

$$Si \frac{a}{d} > 3.4 \quad e = 1 \quad (2.29)$$

$$Si \frac{a}{d} \leq 3.4 \quad e = 3.4 \frac{d}{a} \quad (2.30)$$

Y,

f_{spfc} y σ_{tu} , parámetros determinados por Narayanan y Darwish [37].

2.8.8 Dinh et al.

La propuesta de Dinh et al. [40] realizada en 2011, asume que la fisura de flexión y cortante se idealiza en la sección M-N-P y sobre la zona de compresión P-Q en la Figura 12. Antes de la rotura, el ancho de fisura se considera como w y la proyección horizontal depende de la fisura inclinada que nace desde el refuerzo en “N” hasta el punto “P”, multiplicado por el $\cos(\alpha)$, que es el ángulo que se forma entre la varilla de acero y la inclinación de la fisura.

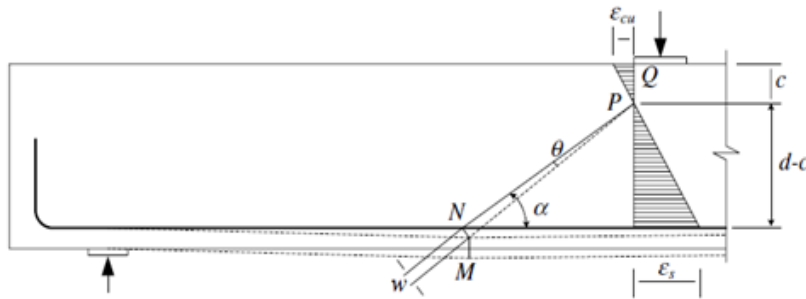


Figura 12: Deformación y ancho de fisura asumido [40]

En la Figura 13 se presentan las distribuciones reales de las tensiones y el modelo de simplificación, tanto para la zona de compresión del hormigón como para la tensión que aporta la fibra.

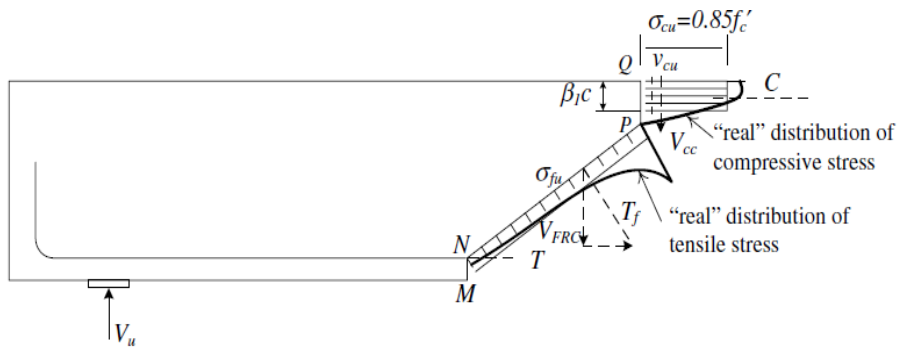


Figura 13: Inclinación de la fisura crítica asumida [40]

De acuerdo al modelo, la resistencia a corte puede ser calculada como:

$$V_u = V_{cc} + V_{FRC} \quad (2.31)$$

V_{cc} , fuerza cortante a través de la zona de compresión calculada por medio de la ecuación (2.32).

$$V_{cc} = 0.11 f'c + \beta_1 c b = 0.11 \frac{T_s}{0.85} = 0.13 A_s f_y \quad (2.32)$$

Donde:

β_1 , factor que proviene del bloque de compresiones de Whitney, es 0.85 para $f'c \leq 27.6MPa$ y 0.65 para $f'c \geq 55.1MPa$,

c , altura del eje neutro desde la fibra a compresión.

b , ancho de la zona a compresión.

T_s , tensión de tracción de acero.

A_s , área de acero.

f_y , límite elástico de fluencia del acero.

Y ,

V_{FRC} , componente vertical de la resistencia a la tensión diagonal proporcionada por las fibras.

$$V_{FRC} = T_f \cos(\alpha) = \left[\sigma_{t \text{ avg}} b \left(\frac{d-c}{\sin(\alpha)} \right) \right] \cos(\alpha) \quad (2.33)$$

Resolviendo se puede simplificar a la expresión (2.34).

$$V_{FRC} = \sigma_{t \text{ avg}} b (d - c) \cotan(\alpha) \quad (2.34)$$

Basado en los ensayos las vigas fallaron por cortante compresión con fisuras que tenían ángulos entre 33 y 43°, pero por simplificación se considera $\alpha = 45^\circ$.

La tensión promedio ($\sigma_{t \text{ avg}}$) calculada en la expresión (2.35) está basada en la aplicación de carga en un sistema de 4 puntos presentado por la ASTM 1609, donde una vez que ocurre la fisura de flexión, el comportamiento de la viga puede ser modelado como dos bloques rígidos que rotan un ángulo θ , como se presenta en la Figura 14.

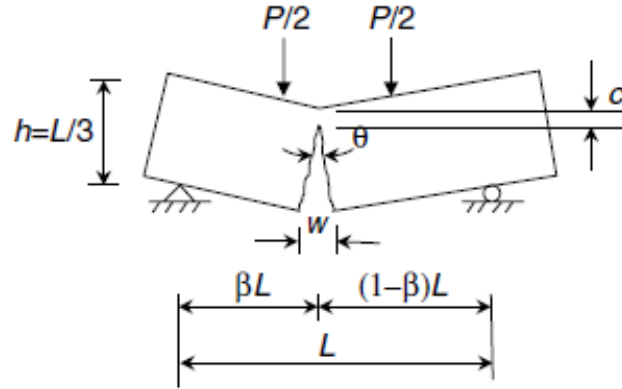


Figura 14: Ubicación y ancho de la grieta según ASTM 1609 [40].

$$\sigma_{t\,avg} = \frac{2 M}{(h - c) b h} \quad (2.35)$$

Y donde:

c , altura de la zona comprimida, calculada con la ecuación (2.36) y que puede ser obtenido por el equilibrio mostrado en la Figura 15.

$$c = \frac{2 M}{0.85 f'_c b h} \quad (2.36)$$

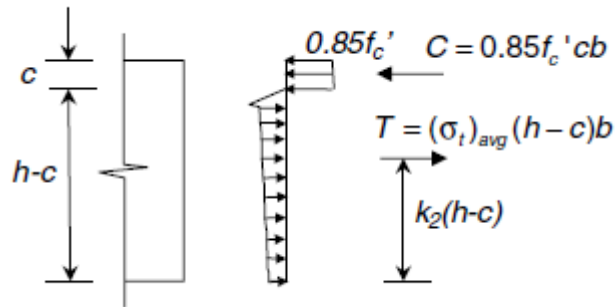


Figura 15: Magnitud y locación de las fuerzas internas resultantes [40].

Siendo:

K_2 , igual a 0.5, si la resultante de la fuerza está en la mitad de la altura de la zona de tensión.

2.8.9 Arslan

La resistencia a cortante presentada por Arslan [41] en 2014, puede ser utilizada en vigas esbeltas de HRF, con expresiones simples y prácticas, mismas que son aplicables si se acercan a las siguientes condiciones: la resistencia a la compresión del hormigón ($f'c$) está entre 20 y 105 MPa, la cuantía de acero (ρ) cercana a 0.5% y el factor de fibra (F) ronde el valor de 0.7; teniendo en cuenta estos parámetros se propuso la ecuación (2.37).

$$V_u = V_{o,c} + V_d \quad (2.37)$$

Donde:

$V_{o,c}$, resistencia a corte en un hormigón sin fibras y obtenida mediante la siguiente expresión:

$$V_{o,c} = 0.2fc^{\frac{2}{3}} \left(\frac{c}{d}\right) \left(1 + 0.032fc^{\frac{1}{6}}\right) \quad (2.38)$$

Y,

V_d , resistencia que aporta la fibra y el efecto pasador de la armadura longitudinal, calculada mediante la siguiente ecuación:

$$V_d = \sqrt{\rho_l (1 + 4F) fc} \quad (2.39)$$

Sin embargo para propósitos de diseño, se modificó la ecuación general (2.37) y se le añadió la influencia de la relación del vano de corte y la altura efectiva (a/d), obteniendo así la expresión final (2.40).

$$V_u = 0.2fc^{\frac{2}{3}} \left(\frac{c}{d}\right) + \sqrt{\rho_l (1 + 4F) fc} \left(\frac{3}{a/d}\right)^{\frac{1}{3}} b d \quad (2.40)$$

Siendo:

fc , resistencia a compresión del hormigón.

c , altura de la zona de compresión sobre la grieta diagonal, asumido como el 10% del canto total de la viga.

F , factor de fibra definido por Narayanan y Darwish [37].

2.9 PROPUESTAS POR ALGORITMO DE GENES

Las propuestas existentes llamadas “Gene expression programming (GEP)” pueden ser aplicadas para obtener modelos para HRF, los cuales nacen de algoritmos artificiales que buscan una solución a través de las relaciones entre variables, siendo optimizadas por programas computacionales, esta técnica cada vez más popular es capaz de entregar predicciones para calcular la resistencia a corte en HRFA por medio de coeficientes y parámetros.

Inicialmente en este estudio se ha considerado las propuestas de: Kara [45], Islam [46] y Xue et al. [47], dentro de las predicciones a cortante, sin embargo las dos últimas fueron descartadas debido a que presentaron una gran dispersión de resultados con la base de datos analizada, no obstante estas propuestas actúan bien para casos especiales.

2.9.1 Kara

Esta formulación propuesta por Kara [45] en 2012, está basada en el GEP y ha sido diseñada para predecir la resistencia a cortante en HRFA, creada directamente de resultados experimentales para vigas con relación $a/d > 2.5$ sin armadura transversal. La formulación nace de analizar una base de 101 datos que se utilizó para entrenar, probar y validar el modelo, presenta 5 variables entre ellas: resistencia a compresión del hormigón (f_c), la altura efectiva (d), la relación entre la aplicación de la carga y la altura efectiva (a/d), el refuerzo longitudinal (ρ_l) y el factor de fibra (F), obteniendo la siguiente expresión:

$$V_u = \left[\left(\frac{\rho d}{c_0 c_1 a/d} \right)^3 + \frac{F d^{1/4}}{c_2} + \sqrt{\frac{c_3 f_c}{d}} \right] b d \quad (2.41)$$

Donde:

Las constantes son: $c_0 = 3.324$, $c_1 = 0.909$, $c_2 = 2.289$, $c_3 = 9.436$.

Una vez validada la propuesta fue comparado con otros modelos de predicción como: Sharma [36], Mansur et al. [13], Ashour et al. [15] y Khuntia et al. [39], también mencionados en este estudio.

2.10 PROPUESTAS PARA LA RESISTENCIA A CORTANTE RECOGIDAS EN CÓDIGOS O RECOMENDACIONES

Las normativas, códigos o recomendaciones son herramientas trascendentales a la hora de ayudar a los diseñadores, proyectistas o constructores, a entender el comportamiento básico del hormigón reforzado con fibras, brindando guías para el cálculo analítico. En este estudio se presentan los principales códigos europeos de forma cronológica, entre ellos: la Guía Alemana [48], la recomendación RILEM [49], la Instrucción Española [6] y el código MC2010 [50].

2.10.1 Guía Alemana: DBV –Merkblatt Stahlfaserbeton

Impulsada por la Sociedad Alemana de hormigón, la Guía DBV [48] presenta su formulación basada en estudios de ingeniería de túneles, con amplios fundamentos sobre el diseño de hormigón reforzado con fibras, los cuales reemplazaron y complementaron a la norma DIN 1045-1, la guía se considera que es válida para hormigones con resistencias normales. Los hormigones con fibras de acero o polímeros están estandarizados en toda Europa de acuerdo a la norma EN 206-1/DIN 1945-2. La fórmula propuesta para el cálculo de la capacidad a cortante del elemento contiene dos términos presentados a continuación:

$$V_{Rd,ct}^f = V_{Rd,ct} + V_{Rd,cf}^f \quad (2.42)$$

Donde:

$V_{Rd,ct}$, resistencia que aporta el hormigón y que se la puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$V_{Rd,ct} = \left(\frac{0.15}{\gamma_c} k (\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd} \right) b d \quad (2.43)$$

Siendo:

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, factor de tamaño, d se introduce en milímetros y debe cumplir $k \leq 2$.

$\rho_l = \frac{A_s}{b d}$, cuantía de acero y debe cumplir $\rho \leq 2\%$.

f_{ck} , resistencia característica a compresión del hormigón.

$0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd}$, término correspondiente a la tensión promedio en la sección transversal por cargas o acciones de pretensado.

Y,

$V_{Rd,cf}^f$, resistencia que aportan las fibras, calculadas como:

$$V_{Rd,cf}^f = \frac{\alpha_c^f f_{ctRu}^f b h}{\gamma_{ct}^f} \quad (2.44)$$

Siendo:

α_c^f , coeficiente que toma en cuenta efectos: a largo plazo y desfavorables, puede ser un valor de 0.85, sin embargo como recomendación se toma 1.00.

f_{ctRu}^f , resistencia residual característica a tracción.

γ_{ct}^f , coeficiente de seguridad de acuerdo a Euro código 2 sección 2.4.2.4.

2.10.2 RILEM TC 162 –TDF:”Métodos de ensayo y diseño para hormigón reforzado con fibras de acero”

El diseño de la recomendación RILEM [49] acerca del hormigón reforzado con fibras está de acuerdo al diagrama tensión – deformación al igual que el hormigón armado, utilizando como marco teórico el Euro Código 2 y presentando el cálculo de la resistencia a corte a través de la siguiente formula estándar:

$$V_{Rd,3} = V_{cd} + V_f + V_{wd} \quad (2.45)$$

En donde:

La resistencia por parte del hormigón dado en la EN 1992-1-1 será:

$$V_{cd} = \left(0.12 k (\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd} \right) b d \quad (2.46)$$

Siendo:

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, factor de tamaño, d se introduce en milímetros y debe cumplir $k \leq 2$.

$\rho_l = \frac{A_s}{b d}$, cuantía de acero y debe cumplir $\rho \leq 2\%$.

f_{ck} , resistencia característica a compresión del hormigón.

$0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd}$, término correspondiente a la tensión promedio en la sección transversal por cargas o acciones de pretensado.

Por otra parte:

V_{wd} , contribución a la resistencia por el refuerzo transversal, en caso de existir.

Y,

V_f , la resistencia aportada por las fibras:

$$V_f = 0.7 k_f k_1 \tau_{fd} b d \quad (2.47)$$

En el que:

k_f , valor que se toma en caso de que se analicen secciones tipo “T”.

$k_1 = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, factor de tamaño, d se introduce en milímetros y debe cumplir $k \leq 2$.

τ_{fd} , valor de diseño por el incremento de resistencia a corte debido a las fibras, calculado como:

$$\tau_{fd} = 0.12 f_{Rk,4} \quad (2.48)$$

Para lo cual:

$f_{Rk,4}$, resistencia residual característica para un CMOD de 3.5 mm. La representación gráfica del CMOD se la aprecia en la Figura 16.

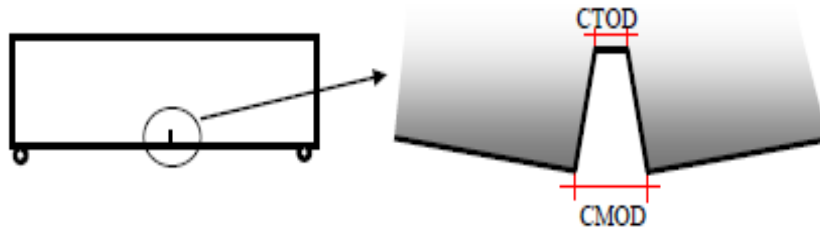


Figura 16: Correlación de la abertura de fisura con deflexión vertical (CMOD).

2.10.3 Instrucción de Hormigón Estructural – EHE-08

la Instrucción Española EHE [6] en su Anejo 14, presenta recomendaciones para el cálculo de hormigón reforzado con fibras, basado principalmente en estudios hechos con fibras de acero, y en el cual la resistencia a cortante se calcula mediante la ecuación (2.49).

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} + V_{fu} \quad (2.49)$$

Siendo:

V_{cu} , resistencia proporcionada por el hormigón sin armaduras de corte como se expresa a continuación:

$$V_{cu} = \left(\frac{0.18}{\gamma_c} k (\rho_l f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd} \right) b d \quad (2.50)$$

Donde:

γ_c , coeficiente de seguridad parcial.

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, factor de tamaño, d se introduce en milímetros y debe cumplir $k \leq 2$.

f_{cv} , resistencia efectiva del hormigón a cortante $f_{cv} = f_{ck}$, no se considerará superior a 60 MPa.

$0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd}$, término correspondiente a la tensión promedio en la sección transversal por cargas o acciones de pretensado.

Por otra parte:

V_{su} , resistencia proporcionada por la armadura transversal colocada en el alma en el caso de existir.

Y,

V_{fu} , resistencia aportada por las fibras de acero calculada como:

$$V_{fu} = 0.7 \varepsilon \tau_{fd} b d \quad (2.51)$$

Siendo:

τ_{fd} , valor de diseño por el incremento de resistencia a corte debido a las fibras, expresada como:

$$\tau_{fd} = 0.5 f_{ctR,d} \quad (2.52)$$

$f_{ctR,d}$, resistencia a tracción de diseño y se calculará mediante el modelo constitutivo de la normativa explicado en la sección 2.11.3.

2.10.4 Model Code 2010 – Federación Internacional del Hormigón

El MC 2010 [50].y la instrucción italiana CNR-DT-204 [51] usan las mismas expresiones en donde la capacidad última a cortante para un hormigón reforzado con fibras está de acuerdo a la formulación presentada por Minelli [52] y que puede ser determinada mediante la ecuación:

$$V_{Rd} = V_{Rd,S} + V_{Rd,F} \quad (2.53)$$

Donde:

$V_{Rd,S}$, resistencia que se obtiene cuando hay refuerzo transversal.

Y,

$V_{Rd,F}$, resistencia aportada por el hormigón conjuntamente con el refuerzo de fibras, modificando el término del refuerzo longitudinal, pues este acero limita el crecimiento de ancho de fisuras y permite transferir de mejor manera los esfuerzos, se calculada como:

$$V_{Rd,F} = \left(\frac{0.18}{\gamma_c} k \left(\rho_l \left(1 + 7.5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma_{cp} \right) b d \quad (2.54)$$

Siendo:

γ_c , coeficiente parcial igual a 1.5, pero para el análisis de predicción se tomará igual a 1.

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, factor de tamaño, d se introduce en milímetros y debe cumplir $k \leq 2$.

f_{Ftuk} , resistencia residual después de la fisura, obtenida de un ensayo directo a tracción.

f_{ctk} , resistencia característica a tracción del hormigón.

σ_{cp} , término correspondiente a la tensión promedio en la sección transversal por cargas o acciones de pretensado.

La resistencia característica residual (f_{Ftuk}) para corte es determinada para una abertura (W_u) igual a 1.5 mm, y obtenida mediante la expresión (2.55).

$$f_{Ftuk} = 0.45 f_{R1k} - 0.6 (0.65 f_{R1k} - 0.5 f_{R3k}) \geq 0 \quad (2.55)$$

Donde:

f_{R1k} , resistencia residual característica para un CMOD de 0.5 mm.

f_{R3k} , resistencia residual característica para un CMOD de 2.5 mm.

2.11 MODELOS CONSTITUTIVOS RECOGIDOS EN CÓDIGOS O RECOMENDACIONES

Los últimos 20 años de investigaciones han hecho posible que el uso del HRF sea más común, debido a la facilidad para realizar cálculos de resistencia de este material y la confianza que generan sus predicciones a través de normas e instrucciones. No obstante, no se ha logrado consolidar un modelo único y de uso general, por lo que es necesario analizar, comparar y evaluar las normas con el fin de encontrar una idoneidad.

2.11.1 Guía Alemana: DBV

La Guía DBV [48] dirigida especialmente a hormigón reforzado con fibras de acero y generalmente utilizado para el diseño estructural en túneles, presenta dos diagramas tensión–deformación: el primero un diagrama trilineal para un análisis en estado límite de servicio (SLS) y un segundo diagrama bilineal o rectangular para estado límite último (ULS), ambos presentados en la Figura 17.

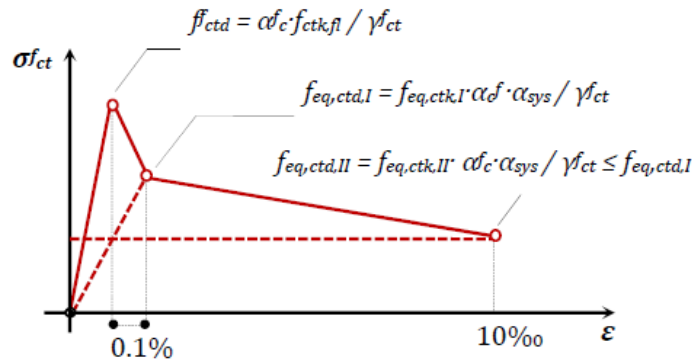


Figura 17: Diagrama tensión – deformación DBV [53].

Una de las principales características de esta guía es el uso de resistencias a flexotracción equivalentes, que se han obtenido en un ensayo a flexión de 4 puntos y en donde el pico de la tensión (f_{ctd}^f) corresponde a la máxima carga durante el ensayo, relacionada a una deflexión de hasta 0.1 mm. Además considera una deformación (ϵ_u) se 10‰.

El modelo DBV hace referencia a la utilización de: coeficiente de variación (k_v), factor de seguridad (γ_{ct}^f), coeficiente para comportamiento de la resistencia con efectos a largo plazo (α_c^f) y para tener en cuenta el efecto de la altura del espécimen en el comportamiento a flexotracción de la sección se introduce el efecto de tamaño (α_{sys}) penalizando hasta un 20% a las secciones con grandes cantos.

2.11.2 RILEM TC 162 –TDF

En la recomendación RILEM [49] se utiliza un diagrama trilineal tensión - deformación para el estudio post fisuración del HRF, y que tiene en cuenta resistencias a flexotracción residuales ($f_{R,i}$). Para evaluar la resistencia última de una sección transversal se siguen las siguientes hipótesis:

- Las secciones antes y después de la deformación se mantienen planas (Bernoulli)
- Las tensiones de compresión y tracción se obtienen por medio del diagrama tensión–deformación de la Figura 18.

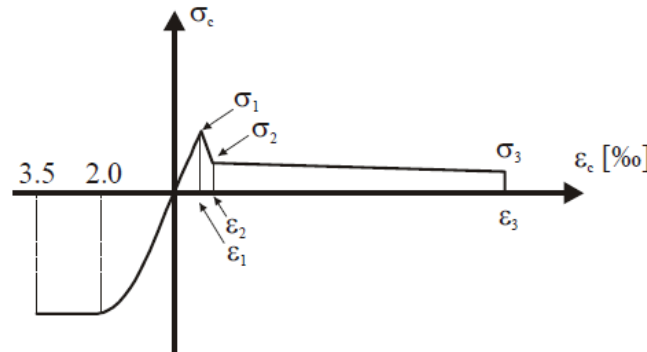


Figura 18: Diagrama tensión –deformación RILEM [49].

En donde:

$$\sigma_1 = 0.7 f_{fctm,fl} (1.6 - d), \text{ tensión de tracción } \left(\frac{N}{mm^2} \right) \text{ correspondiente a una deformación } \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c}.$$

$\sigma_2 = 0.45 f_{R,1} k_h$, tensión de tracción $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$ correspondiente a una deformación igual a: $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 0.1\%$.

$\sigma_3 = 0.37 f_{R,4} k_h$, tensión de tracción $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$ correspondiente a una deformación igual a: $\epsilon_3 = 25\%$.

k_h , corresponde al factor de tamaño y está en función de altura de la viga (h) en centímetros, cumpliendo:

Si:

- $h < 12.5cm, k_h = 1$
- $h > 60cm, k_h = 0.4$
- $12.5 \leq h \leq 60cm, k_h = 1 - 0.6 \frac{h(cm)-12.5}{47.5}$
- Para secciones sometidas a compresión pura la deformación del hormigón con fibras está limitada a -2‰, en caso de no tener compresión pura se limita a -3.5‰. La deformación en la posición de la armadura longitudinal de tracción se limita a 25‰, como se indica en la Figura 19.

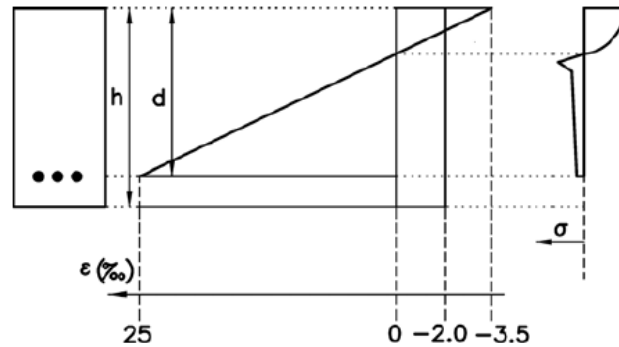


Figura 19: Distribución tensión –deformación RILEM [49]

- Para asegurar el anclaje de la fibra la deformación máxima en estado límite último se restringe a 3.5 mm, si la fisura supera este valor la tensión residual se calculará con σ_3 , reemplazando a $f_{R,4}$ y con un valor no menor a $1 \frac{N}{mm^2}$.

La resistencia característica ($f_{Rk,4}$) correspondiente a una apertura de fisura ($CMDO$) igual a 3.5 mm o una deflexión en la mitad del vano (δ_{R4}) de 3.0 mm, puede ser calculada mediante la siguiente ecuación:

$$f_{R,i} = \frac{3 F_{R,i} L}{2 b h_{sp}^2} \left(\frac{N}{mm^2} \right) \quad (2.56)$$

Donde:

L , vano del espécimen (mm).

b , ancho del espécimen (mm).

h_{sp} , distancia entre la punta del corte o muesca y el extremo superior de la sección transversal (mm).

$F_{R,i}$, carga registrada (Newton) correspondiente a una abertura ($CMDO_i$) o (δ_{Ri}), como se muestra la Figura 20.

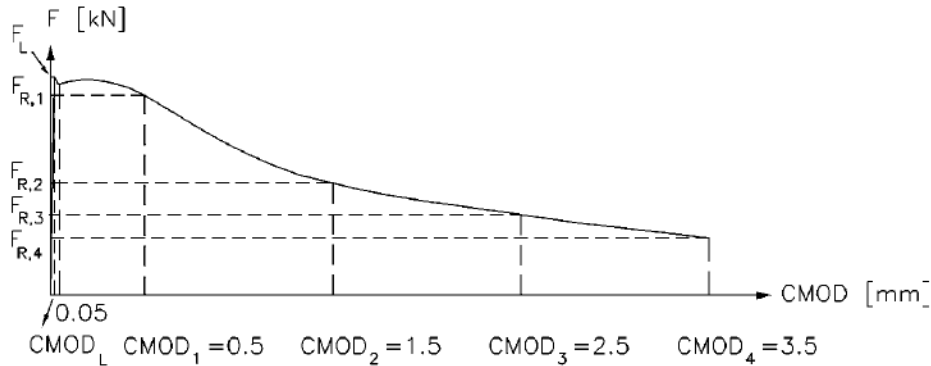


Figura 20: Diagrama Carga – $CMOD$ (Crack mouth opening displacement) [49].

2.11.3 Instrucción EHE-08

La instrucción EHE-08 [6] utiliza el ensayo de la norma UNE-EN 14651 donde se presenta el diagrama carga–apertura de fisura, ver Figura 21 y en el cual se indica la carga límite de proporcionalidad (F_L) y los valores de carga (F_1) y (F_3) con aberturas de fisura de 0.5 y 2.5 mm respectivamente, valores con los que se calcula la resistencia a flexotracción ($f_{ct,fl}$) y las resistencias residuales (F_{R1}) y (F_{R3}).

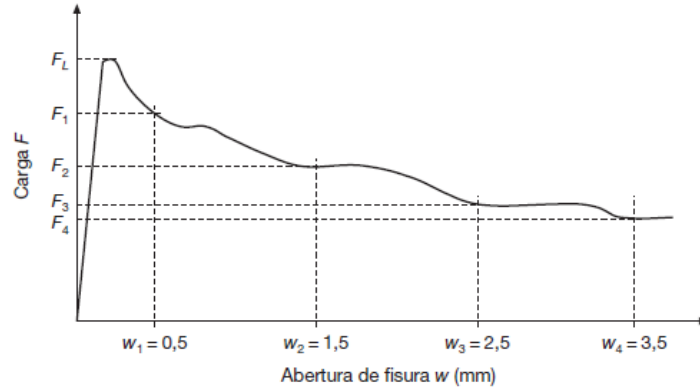


Figura 21: Diagrama tipo: carga–abertura de fisuras EHE-08 [6].

La distribución que propone la norma UNE–EN 14651 es mediante la hipótesis de una distribución elástica de tensiones, mismas que corresponden a la sección de rotura.

La EHE-08 considera que las fibras de carácter estructural deber cumplir lo siguiente:

$f_{R,1,K}$, resistencia característica residual a tracción por flexión, debe ser mayor al 40% del límite de proporcionalidad (F_L).

$f_{R,3,K}$, resistencia característica residual a tracción por flexión, debe ser mayor al 20% del límite de proporcionalidad (F_L).

Para el cálculo de secciones que se someten a esfuerzos normales en estado límite último la resistencia residual a tracción de cálculo ($f_{ctR,d}$), se obtiene de un diagrama tensión- deformación de forma rectangular Figura 22-a, o mediante un diagrama multilineal para cálculos de mayor aproximación Figura 22-b.

La resistencia residual de tracción con la que se trabajará en este estudio corresponde a la Figura 22-a, y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$f_{ctR,d} = 0.33 f_{R,3,d} \quad (2.57)$$

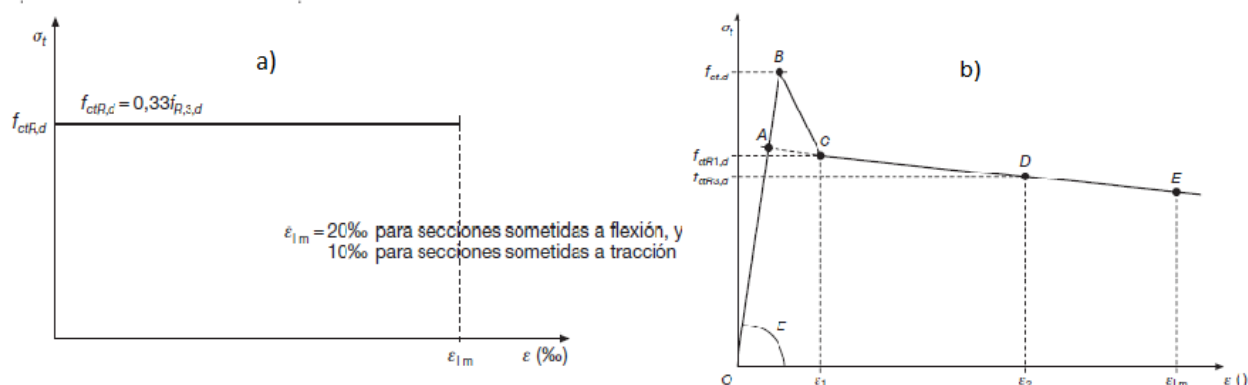


Figura 22: Diagrama tensión – deformación: a) rectangular b) multilinear, EHE-08 [6].

Para el cálculo en rotura se puede utilizar la recta AO y la proyección ACE de la Figura 22-b, considerando el comportamiento rígido con una elasticidad infinita del material. Cuando se considere análisis no lineales el pico ABC es importante para pequeñas deformaciones.

2.11.4 Model Code 2010

La ley constitutiva deducida de los ensayos a flexión para el MC2010 [50].y CNR-DT 204 [51], provienen de la UNE EN 14651 y UNI 11039 respectivamente, sin embargo es simplificada en dos diagramas tensión–deformación: uno con comportamiento rígido plástico y el otro con un comportamiento lineal post fisura. Ambos modelos pueden representar el comportamiento de ablandamiento (línea sólida) y endurecimiento (línea punteada) como se muestra en la Figura 23.

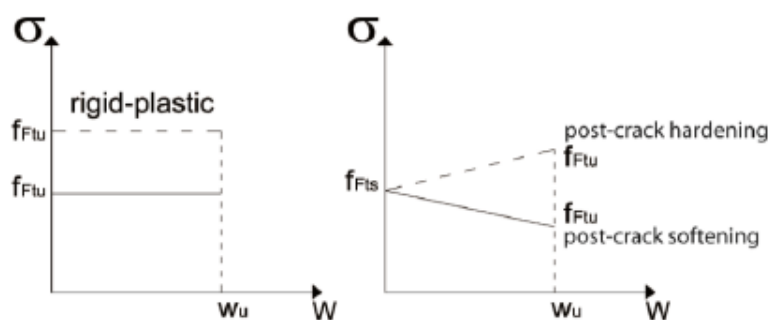


Figura 23: Diagrama tensión - flecha. MC 2010 [50].

Si se considera una dosificación de fibras de baja a moderada suficiente para unir la fisura principal en flexión se denomina ablandamiento, sin embargo si se considera altas cuantías, mecanismos de

anclaje, que prevean resistencia extra para unir varias fisuras se considera endurecimiento [4], como se muestra en la Figura 24.

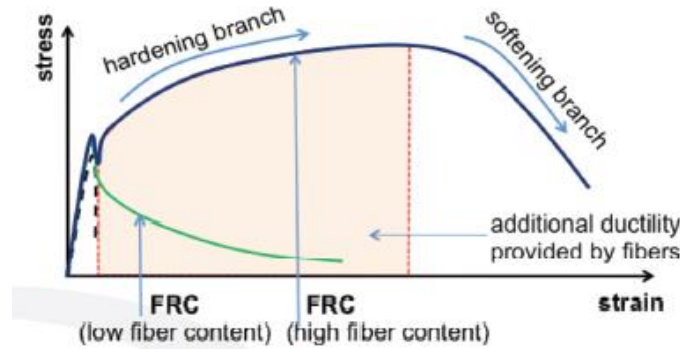


Figura 24: Curva tensión-deformación para dos tipos diferentes de dosificación [4].

El modelo rígido plástico hace referencia a un solo valor de última resistencia residual (f_{Ftu}), obtenida como se indica en la ecuación (2.58), asumiendo que toda la fuerza a compresión está concentrada en la fibra superior de la sección como se representa en la Figura 25.

$$f_{Ftu} = \frac{f_{R3}}{3} \quad (2.58)$$

:

f_{R3} , resistencia residual nominal a tracción para un ancho de fisura ($CMOD_3$) de 2.5 mm.

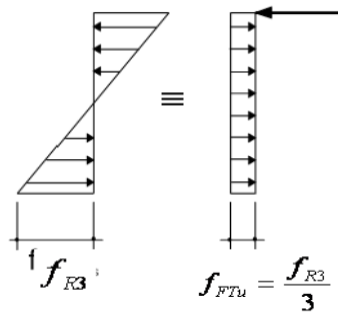


Figura 25: Modelo simplificado para el cálculo de f_{Ftu} (rígido plástico) MC2010 [50].

El modelo lineal define dos valores: la resistencia residual de servicio (f_{Fts}) y la última resistencia residual (f_{Ftu}) calculadas con las ecuaciones (2.59) y (2.60) respectivamente.

$$f_{Fts} = 0.45 f_{R1} \quad (2.59)$$

Donde:

f_{R1} , resistencia residual nominal a tracción para un ancho de fisura ($CMOD_1$) de 0.5 mm.

Y,

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{W_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0.5f_{R3} + 0.2f_{R1}) \geq 0 \quad (2.60)$$

Donde:

W_u , es la máxima fisura en el diseño estructural y depende de la ductilidad que se requiera, la deformación última (ϵ_{FU}) es igual a 2% para una distribución variable y 1% solo para la distribución a tensión en la sección; la longitud (l_{cs}), corresponde al menor valor entre la distancia entre fisuras (S_{rm}) y la distancia entre eje neutro y la fibra extrema a tracción (Y). La máxima fisura no debe exceder de 2.5 mm pudiendo ser obtenida con la ecuación (2.61).

$$W_u = l_{cs} * \epsilon_{FU} \quad (2.61)$$

Las propuestas del MC2010 para la distribución de tensiones a nivel seccional se indican en la Figura 26.

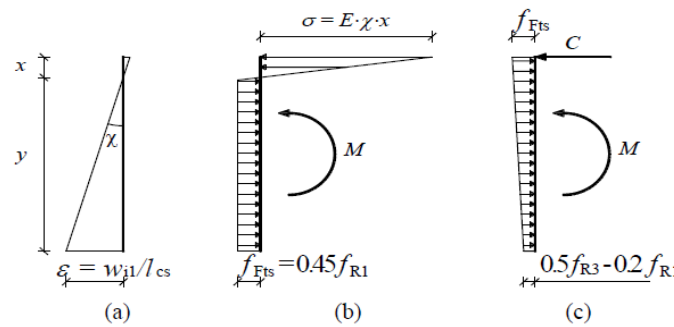


Figura 26: a) Diagrama de deformación última, b) Resistencia f_{Fts} del modelo rígido plástico, c) Resistencia f_{Ftu} del modelo lineal MC2010 [50].

2.11.5 Modelos europeos de resistencia a flexotracción

La obtención de los valores de la tensión residual para hormigones reforzados con fibra en los modelos europeos, se obtienen de ensayos experimentales que a su vez dependen de normativas locales, debido a la falta de esta información y para estandarizar los resultados se ha trabajado con las aproximaciones de Moraes - Neto como sugieren Barros y Foster [54], con esta simplificación es posible calcular los valores residuales de resistencia (f_{Ri}) que no están disponibles en muchos ensayos.

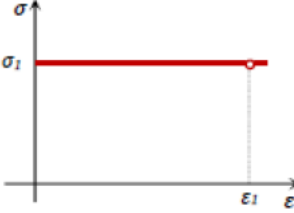
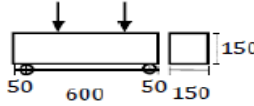
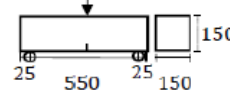
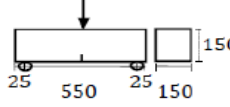
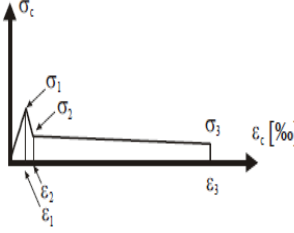
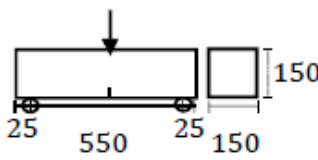
El valor aproximado se lo puede calcular con la siguiente expresión:

$$f_{Ri} = k_1 \left(\frac{V_f l_f}{d_f} \right)^{k_2} \quad (2.62)$$

Los valores de los coeficientes k_1 son: 10.5, 9.2, 8.0, 7.0, y para k_2 : 0.80, 0.75, 0.70, 0.65; que pueden ser utilizados respectivamente para el cálculo de f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} , f_{R4} , donde V_f es el volumen utilizado de fibras, l_f es la longitud de fibra y D_f es el diámetro de fibra.

En la Tabla 17 se resume el tipo de diagrama tensión–deformación para casos simples en estado límite último (ELU) de los modelos europeos, que pueden ser lineal, bilineal o trilineal con sus respectivos parámetros definitivos en los estudios de normativas europeas. Además contiene un esquema del ensayo necesario para la obtención tensiones y deformaciones, que han sido basadas en la recopilación bibliográfica de Blanco [53].

Tabla 17: Resumen de Modelos europeos de resistencia a flexotracción [53].

Diagrama	Ensayo	Parámetros
	DBV DIN 1048 	$\sigma_1 = f_{eq,ctk,II} = \alpha_{cf} \frac{\alpha_{sys}}{\gamma_{ctf}} \leq f_{eq,ctd,I}$ α_{sys} , coeficiente por efecto del tamaño. α_{cf} , coeficiente por comportamiento de resistencia a largo plazo. $\epsilon_1 = \epsilon_u = 10 \text{ ‰}$
	EHE-08 UNE EN 14651 	$\sigma_1 = f_{ctRd} = 0.33 f_{R,3,d}$ $\epsilon_1 = \epsilon_u = 20 \text{ ‰}$, flexión. $\epsilon_1 = \epsilon_u = 10 \text{ ‰}$, tracción.
	MC-2010 UNE EN 14651 	$\sigma_1 = f_{Ftu} = \frac{f_{R3}}{3}$ $\epsilon_1 = \epsilon_u = 20 \text{ ‰}$, ablandamiento. $\epsilon_1 = \epsilon_u = 10 \text{ ‰}$, endurecimiento.
Diagrama	Ensayo	Parámetros
	RILEM 	$\sigma_1 = 0.7 f_{ctm,fl}(1.6 - d)$ $\sigma_2 = 0.45 k_h f_{R1}$ $\sigma_3 = 0.37 k_h f_{R4}$ $\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{HRF}}$; $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 0.1 \text{ ‰}$, $\epsilon_3 = \epsilon_u + 25 \text{ ‰}$

3 MODELO MECÁNICO DE RESISTENCIA A CORTE Y FLEXIÓN

En el año 2014, el grupo de investigación liderado por el Profesor Marí de la Universidad Politécnica de Catalunya (UPC), junto a los Catedráticos Cladera y Ribas de la Universidad de las Islas Baleares (UIB), presentaron el “Modelo mecánico de resistencia a corte - flexión para diseño y evaluación de vigas de hormigón armado o MASM” [1].

Los modelos mecánicos basados en los principios de la mecánica estructural, brindan un mejor acercamiento en la obtención de fórmulas de diseño, debido a la incorporación de parámetros provenientes de la experimentación y que brindan además la oportunidad de extender el modelo a otros materiales, geometrías, cargas y condiciones de contorno [55].

En 2019 la UPC, conjuntamente con la Universidad de Messina de Italia y la UIB, desarrollan el “Modelo mecánico para la resistencia a corte en vigas de hormigones reforzados con fibra sin armadura transversal” [2] como una extensión del MASM para contabilizar el aporte de las fibras y el efecto puente producido en la fisura para la resistencia a cortante.

3.1 MULTI – ACTION SHEAR MODEL (MASM)

El “Multi Action Shear Model (MASM)” de Marí et al.[1], es un modelo mecánico que evalúa la resistencia a cortante de elementos de hormigón armado y pretensado para piezas con y sin armadura de cortante, sección rectangular o en T. Se basa en la teoría de la secuencia de la propagación de la fisura en elementos fallando a corte. Antes de la rotura, el ancho de la fisura crítica de cortante es moderada y permite la transferencia de cortante a través de la cabeza comprimida, el entrelace del agregado y la resistencia residual a tracción, así como el efecto pasador. Con el incremento de carga, el ancho de la fisura aumenta considerablemente reduciendo su aporte de resistencia, siendo ésta prácticamente debida a la cabeza de compresión. Posteriormente se forma una nueva rama de fisuras en la zona comprimida del hormigón, resultado de esfuerzos de corte y compresión hasta la rotura.

Los modelos mecánicos se pueden enfocar bajo el punto de vista en: energía, trabajos virtuales, equilibrio, compatibilidad de deformaciones, ecuaciones constitutivas y forma de rotura.

El MASM presenta los siguientes enunciados como base de su modelo.

1. La capacidad total del elemento para resistir el corte (V) viene dada por: el hormigón no fisurado en la cabeza (V_c), el corte transferido a través de la fisura en el alma (V_w), el efecto

pasador por parte del refuerzo longitudinal (V_l) y la armadura transversal que cruza la fisura (V_s), como muestra la ecuación (3.1).

$$V = V_c + V_w + V_l + V_s = (v_c + v_w + v_l + v_s) f_{ct} b d \quad (3.1)$$

2. Todos los componentes mencionados forman parte del mecanismo de resistencia Figura 27, en las diferentes etapas de carga, a medida que la fisura crece por incremento de la carga, el aporte del entrelace del agregado disminuye, por lo tanto, por equilibrio debe haber un aumento en la transferencia a corte por la biela de compresión.

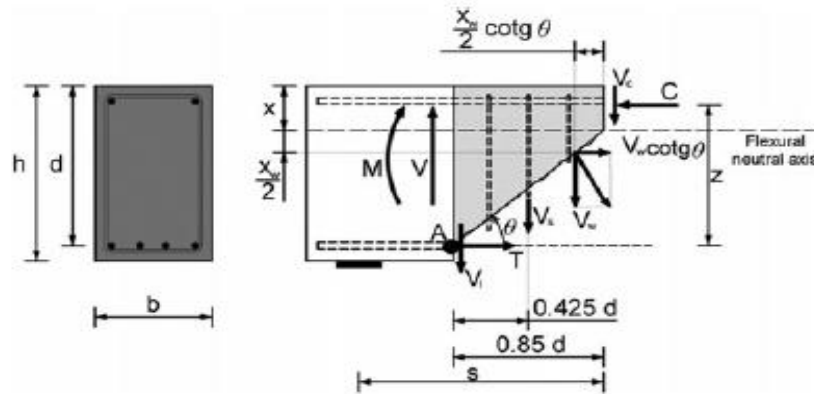


Figura 27: Mecanismo de transferencia de corte Marí et al. [1].

3. En la Figura 28-a se presenta la distribución lineal de la tensión longitudinal (σ_x) a lo largo de la zona de compresión, consistente con un moderado nivel de tensión en la sección crítica, en la Figura 28-b la distribución parabólica de la tensión de corte (τ), es igual a cero en la fibra superior y máxima en $y = x/2$, en la Figura 28-c la distribución bilineal vertical σ_y es cero en la fibra superior, y cuando no se aplican cargas σ_y es constante debajo de la media altura de la zona de compresión, además una longitud simplificada de anclaje del refuerzo transversal es considerada para tomar en cuenta que no son continuos y tienen una separación que introduce presión local.

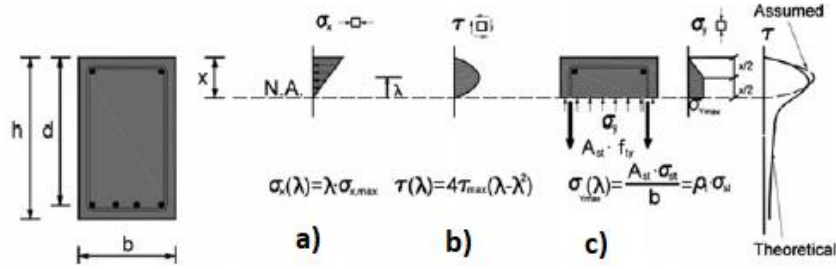


Figura 28: Distribución de tensiones en la zona no fisurada de hormigón Marí et al. [1].

4. La profundidad del eje neutro (x) se presentan en la ecuación (3.2), puede ser obtenidas por un análisis de secciones agrietadas bajo flexión pura.

$$\xi = \frac{x}{d} = \alpha_e \rho \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho}} \right) \quad (3.2)$$

Donde:

$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$, relación entre el módulo elástico del acero (E_s) y del hormigón (E_c).

$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$, cuantía de acero longitudinal.

La zona comprimida no fisurada del hormigón está sometida a un estado biaxial de tensiones y considera que la falla ocurre cuando las tensiones (σ_1 y σ_2), alcanzan la envolvente de falla biaxial de Kupfer en la superficie en la rama de compresión y tracción, definido por la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma_I}{f_{ct}} + 0.8 \frac{\sigma_{II}}{f_{cc}} = 1 \quad (3.3)$$

Siendo:

f_{cc} , resistencia a compresión del hormigón.

f_{ct} , tensión de tracción del hormigón.

5. La proyección horizontal de la primera rama por el efecto flexión-corte es igual a $0.85d$. La ecuación (3.4), presenta de manera aproximada la inclinación de la fisura en base a investigaciones experimentales y numéricas [56].

$$\cot \theta = \frac{0.85}{1 - \frac{x}{d}} \quad (3.4)$$

6. La armadura transversal, si existe, plastifica para estado límite último.
7. Se asume que la armadura longitudinal está suficientemente anclada y todo el refuerzo es efectivo en la sección crítica.

La sección más débil frente a flexión y corte está localizada en la punta de la primera rama de la fisura crítica, debido a que cualquier otra sección cercana al apoyo disminuye su esfuerzo flector y tiene mayor altura de biela de compresión por lo tanto mayor capacidad de transferir corte [56]. La fisura crítica empieza donde el valor de momento flector alcanza el momento de fisuración del hormigón (M_{cr}), ver Figura 29.

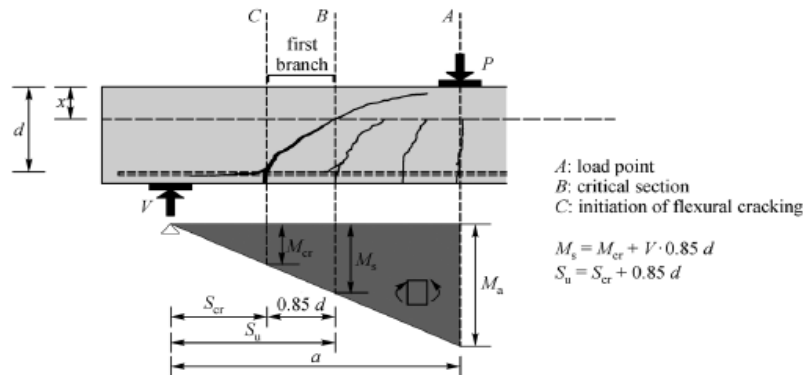


Figura 29: Posición de la sección crítica (S_{cr}) a corte en la viga Marí et al. [1].

3.1.1 Contribución de la sección de hormigón no fisurada (V_c)

En base a la teoría del círculo de Mohr las tensiones de tracción (σ_1) y de compresión (σ_2), producen un estado de tensiones normales (σ_x, σ_y) y tensión de corte (τ) en cualquier punto de la zona sin fisurar. Con un punto dentro de la zona comprimida a una distancia λx , siendo x la profundidad del eje neutro, se puede conocer el valor correspondiente de la tensión de corte (τ_λ) que servirá para obtener la contribución del hormigón. La resistencia V_c se la obtiene por integración asumiendo un ancho constante (b) y queda expresada en términos de $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_x, \sigma_y$ para el punto $y = \lambda x$, como se indica en la siguiente expresión:

$$V_c = \frac{b x \sigma_1}{6 \lambda (1 - \lambda)} \sqrt{1 - \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{\sigma_1} + \frac{(\sigma_x \sigma_y)}{\sigma_1^2}} \quad (3.5)$$

Se debe mencionar que las tensiones σ_x son obtenidas por análisis de secciones fisuradas a flexión, mientras que las tensiones σ_y se consiguen por equilibrio de tensiones verticales. El valor de (v_c) se presenta en la siguiente expresión:

$$v_c = \left([0.88 + 0.70 v_s] \frac{x}{d} + 0.02 \right) \xi \quad (3.6)$$

Siendo:

ζ , factor tamaño, para a y d en metros, y se calcula como:

$$\zeta = 1.2 - 0.2a = 1.2 - 0.2 \frac{a}{d} d \geq 0.65 \quad (3.7)$$

3.1.2 Transferencia del corte a lo largo de la fisura (V_w)

La transferencia de corte a través de la fisura crítica se debe a tensiones de: tracciones residuales y de fricción, las cuales se originan por la irregularidad en tres dimensiones de la fisura; las tensiones residuales son las que puede resistir el hormigón hasta un ancho máximo de fisura y la de fricción son las opuestas al movimiento entre las dos superficies, disminuyendo a medida que la abertura crece.

Para evaluar la transferencia de corte por la fisura se han adoptado las siguientes hipótesis: 1) la compatibilidad de tensiones normales a las grietas se estableció considerando una sección plana para el plano de inclinación; 2) la relación tensión–deformación se basa en un comportamiento de ablandamiento lineal post-pico, donde la deformación última por tracción ($\varepsilon_{ct,u}$) depende de la energía de la fractura (G_f); 3) la relación entre las tensiones residuales y la abertura del ancho de fisura se considera lineal, el área bajo la curva permitirá obtener la energía del punto anterior; 4) se obtiene la abertura de fisura al multiplicar la tensión de deformación por el espacio medio entre fisuras ($S_{m\theta}$).

La resistencia que aporta el alma fisurada se define mediante la ecuación (3.8), a la cual se ha llegado asumiendo: un valor de deformación última $\varepsilon_s = 0.0009$, una cuantía (ρ) igual a 1.5%, lo

cual provee una altura de eje neutro $\left(\frac{x}{d}\right)$ igual a 0.38 y un ángulo de 36° , valores tomados para simplificación.

$$v_w = \frac{V_w}{f_{ct} b d} = 167 \frac{f_{ct}}{E_c} \left(1 + \frac{2 E_c G_f}{f_{ct}^2 d} \right) \quad (3.8)$$

3.1.3 Contribución del refuerzo longitudinal a corte (V_l)

Las armaduras longitudinales están sujetas a desplazamientos verticales relativos que se dan en la abertura de la fisura, cuando no se tiene armadura transversal, las barras están sujetas únicamente por el hormigón, el cual ya tiene limitación en su resistencia a tracción. Con la aplicación de carga incluso de baja magnitud aparecen fisuras longitudinales en dirección al refuerzo, produciendo un salto del recubrimiento. Este modelo no toma en cuenta esta contribución debido a su bajo valor de aporte.

La resistencia puede ser obtenida mediante la ecuación (3.9), si existe refuerzo transversal (V_s), caso contrario se omite.

$$v_s > 0 \rightarrow v_l \approx 0.25 \frac{x}{d} - 0.05 \quad (3.9)$$

3.1.4 Contribución del refuerzo transversal a corte (V_s)

Considera la fluencia del refuerzo según la hipótesis 6 presentada con anterioridad, en términos simplificados y adimensionales se la puede calcular como:

$$v_s = 0.85 \rho_w \frac{f_{yw}}{f_{ct}} \quad (3.10)$$

Donde:

ρ_w , cuantía de acero transversal.

f_{yw} , límite de fluencia del refuerzo transversal.

f_{ct} , resistencia a tracción del hormigón.

3.2 EXTENSIÓN DEL MASM CON INCLUSIÓN DE FIBRAS (MASM + FIBRAS)

Según el MASM + Fibras de Marí et al. [2], el aporte de las fibras para mantener la capacidad de la tensión de tracción residual después de la fisuración permite: una reducción en el daño de la zona de compresión, permitiendo una buena estimación de la profundidad del eje neutro, el efecto puente a lo largo de la fisura crítica y la mejora en el efecto pasador por la armadura longitudinal.

La tensión residual de tracción del HRFA se obtiene mediante formulaciones analíticas, que dependen de parámetros conocidos, lo que implica una gran ventaja a diferencia de otras propuestas que necesitan de la obtención de las tensiones a través de ensayos en laboratorio.

3.2.1 Estimación de la tensión de tracción residual mediante formulación analítica

La resistencia residual a tracción promedio (σ_{tu}) depende directamente de las características de la fibra como: el volumen (V_f), la longitud (l_f), diámetro (D_f), forma, orientación; sin la necesidad de ensayos de caracterización y que puede ser estimada mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma_{tu}}{f_{ct}} = 2\eta_0\eta_l F_\tau \quad (3.11)$$

Donde:

η_0 , factor de orientación de la fibra igual a 0.405.

η_l , factor de longitud eficiente que debe cumplir la siguiente condición:

Si $l_f \leq l_{cr}$ entonces $\eta_l = 0.5$, ó Si $l_f > l_{cr}$ entonces $\eta_l = 1 - l_{cr}/(2 l_f)$

Siendo:

La longitud crítica $l_{cr} = \frac{\sigma_{yf} D_f}{2 \tau_f}$

σ_{yf} , tensión de tracción de la fibra.

τ_f , es la tensión de corte que depende del tipo de fibra, si son tipo gancho es igual a $2.5 f_{ct}$ y $1.5 f_{ct}$ para fibras rectas, donde f_{ct} es la resistencia a tracción de hormigón.

F_τ , Factor de fibra calculado por la expresión (3.12).

$$F_\tau = \beta_\tau V_f \frac{l_f}{D_f} \quad (3.12)$$

Donde:

β_τ , relación (τ_f/f_{ct}) entre la matriz con fibras que resiste al cortante (τ_f) y la resistencia a tracción del hormigón (f_{ct}).

V_f , l_f y D_f , corresponden al volumen, longitud y diámetro de la fibra.

3.2.2 Corte transferido a lo largo de la fisura crítica

El efecto puente que crean las fibras en la matriz de hormigón a lo largo de la fisura proveen la fuerza resultante (T_f) y su componente vertical (V_{cf}) normal al eje longitudinal de la viga como se muestra en la Figura 30 y en donde también se puede observar que la tensión residual (σ_{tu}) es constante a lo largo de la primera rama de fisuración.

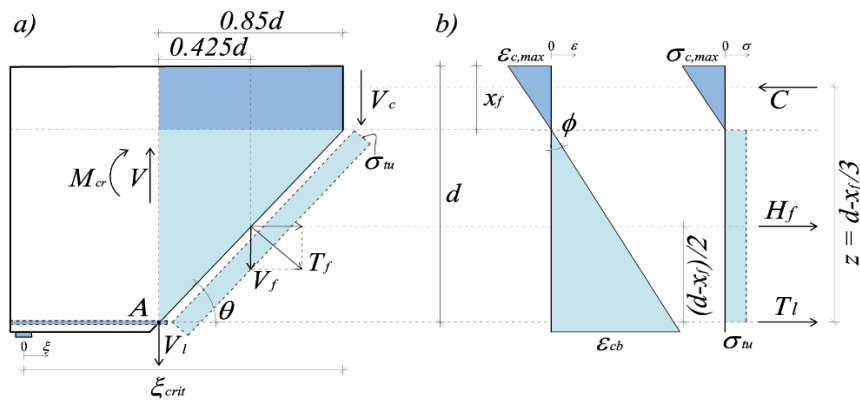


Figura 30: Contribución de las fibras de las fibras de acero al MASM [2].

Del análisis anterior se puede obtener la resistencia V_{cf} de manera adimensional.

$$v_{cf} = \frac{V_{cf}}{f_{ct} b d} = \frac{0.85d \sigma_{tu} b}{f_{ct} b d} = 0.85 \frac{\sigma_{tu}}{f_{ct}} \quad (3.13)$$

3.2.3 Efecto pasador del refuerzo longitudinal

Cuando no existe refuerzo transversal, el aporte de resistencia que puede generar este efecto es muy pequeño debido a que el desplazamiento vertical de las varillas está solo sujeto por el hormigón y una vez que se alcanza la resistencia a tracción se genera la fisuración rápidamente dando lugar a una falla frágil. Sin embargo las fibras aportan una tensión residual post fisuración y que es normal al eje longitudinal de la varilla como se indica en la Figura 31-b, efecto que no es despreciable y que puede ser considerado desde el apoyo hasta el inicio de la fisura crítica.

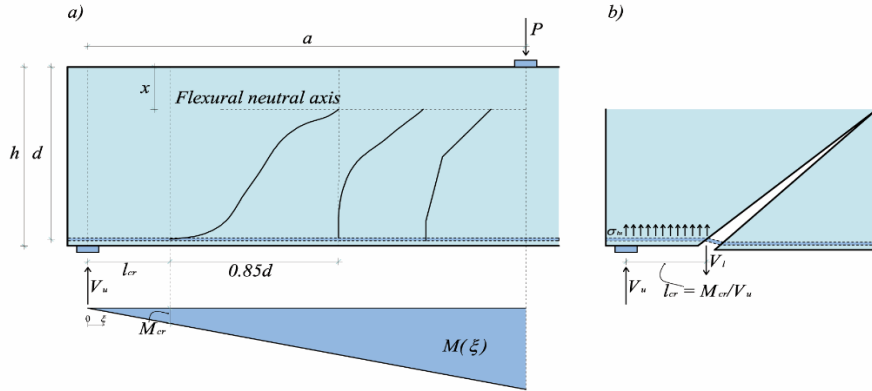


Figura 31: Contribución al efecto pasador en vigas de HRFA. [2].

El efecto pasador puede ser calculado con la expresión (3.14) que está en función del ultimo corte (v_u), valor que no es conocido por lo que se debe implementar una iteración.

$$v_l = \frac{V_l}{f_{ct} b d} = \frac{l_{cr} \sigma_{tu} b}{f_{ct} b d} = \frac{\sigma_{tu} l_{cr}}{f_{ct} d} = \frac{\sigma_f}{f_{ct}} \frac{M_{cr}}{V_u d} \cong \frac{0.2 \sigma_{tu}}{v_u f_{ct}} \quad (3.14)$$

3.2.4 Cortante resistido por la zona a compresión no fisurada

Por equilibrio de fuerzas y momentos, el eje neutro (x) se ve incrementado por la componente horizontal de la fuerza resultante (T_f), entonces para calcular el eje neutro en el HRFA (x_f) se realiza un análisis de flexión en la sección que incorpora la tensión residual (σ_{tu}), de esta manera se obtiene una expresión polinómica de cuarto grado que resuelta queda expresada como:

$$\frac{x_f}{d} = \frac{x}{d} + 0.42 \frac{M_{cr}}{M} (1 - 1.66 n \rho) \frac{\sigma_{tu}}{f_{ct}} \quad (3.15)$$

Donde:

M_{cr} , momento de fisuración igual a $0.2 f_{ct} b d^2$.

n , factor de homogenización entre el módulo elástico del acero y del hormigón (E_s/E_c).

Una vez calculada la posición del eje neutro se puede obtener la tensión de corte (τ) a través del círculo de Mohr, tensión que está en función de la tensión normal (σ_x) y la tensión principal de tracción (σ_1). El punto crítico donde se inicia la falla de la zona de compresión sucede en $y = 0.425 x_f$ y es también en donde se alcanza la envolvente de la falla de Kupfer, que sirve para calcular la última tensión de corte (τ_u) calculada de la siguiente manera:

$$\tau_u = R_t f_{ct} \sqrt{1 - \frac{\sigma_x}{R_t f_{ct}}} \quad (3.16)$$

Siendo:

R_t , factor de reducción de resistencia a tracción debido a la tensión principal de compresión (σ_2).

Conocido el valor y la posición de τ_u , es posible definir la ecuación de la distribución de la tensión de corte en la zona no fisura del hormigón. La tensión normal en el punto crítico es $\sigma_x = \sigma_{cri}$ expresada en función de la fuerza de compresión, donde $\sigma_{cri} = \sigma_{max}$ y σ_{max} es la tensión de compresión en la fibra superior, entonces se puede calcular la resistencia de la zona no fisurada del hormigón (v_c) con la ecuación (3.17) que debe ser resuelta por iteración.

$$v_c = 0.682 \frac{x_f}{d} R_t \sqrt{1 - \frac{0.85 [0.2 + v_c + 0.5 v_f (1 + \tan^2 \theta)]}{R_t f_{ct} \frac{x_f}{d} \left(1 - \frac{x_f}{3d}\right)}} \quad (3.17)$$

Una vez obtenido el valor de v_c , el mecanismo de resistencia a cortante (v_u) queda compuesto por la resistencia de la cabeza comprimida de hormigón, la componente vertical a lo largo de la fisura crítica y el efecto puente en la armadura longitudinal, expresados respectivamente con la ecuación (3.18).

$$v_u = v_c + v_{cf} + v_{lf} \quad (3.18)$$

Se puede simplificar el MASM con inclusión de fibras a la siguiente expresión:

$$V_u = \left[\xi \left(0.84 - 0.10 \frac{\sigma_{tu}}{f_{ctm}} \right) \frac{x}{d} + 0.08 + 1.10 \frac{\sigma_{tu}}{f_{ctm}} \right] f_{ctm} b d \quad (3.19)$$

Donde:

ξ , facto de tamaño de la ecuación (3.20).

σ_{tu} , tensión residual con la ecuación (3.11).

x/d , relación adimensional de eje neutro y la altura efectiva determinada con la ecuación (3.2).

f_{ctm} , resistencia media a la tracción del hormigón.

Otros de los cambios que se presenta es el factor de tamaño y esbeltez por el criterio de Bazant [57], para tener mejor aproximaciones se tomará la siguiente expresión:

$$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} * \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} \leq 0.45 \quad (3.20)$$

La resistencia media a la tracción del hormigón (f_{ctm}) se calcula con la ecuación (3.21) o (3.22).

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ Mpa} \quad (3.21)$$

$$f_{ctm} = 2.12 \ln [1 + 0.1(f_{ck} + 8)] \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ Mpa} \quad (3.22)$$

4 BASE DE DATOS DE ENSAYOS A CORTANTE DE VIGAS DE HRFA

En este capítulo se presenta una base de datos de 219 vigas rectangulares de hormigón reforzadas con fibras de acero con gancho (tipo hooked), recopilada de 25 campañas experimentales realizadas desde el año 1986 hasta el 2018, la gran parte de información ha sido obtenida del artículo “Base de datos de experimentos a cortante en vigas reforzadas con fibras de acero sin cercos” de Lantsoght [58] y complementada con otras investigaciones, que servirá para realizar un análisis comparativo entre las distintas predicciones presentadas para el cálculo de cortante, además del estudio de parámetros comunes utilizados en las investigaciones previas.

El Anejo 1 contiene la base de datos de vigas con fibras sin armadura transversal que han fallado por efectos de cortante, la mayoría de estas han sido simplemente apoyadas y ensayadas con tres o cuatros puntos de flexión para provocar la rotura, no se ha considerado vigas sin contenido de fibra y también se han omitido aquellas donde su modo de fallo ha sido por flexión.

4.1 ANÁLISIS DEL RANGO DE PARÁMETROS

Los principales parámetros analizados se presentan en la Tabla 18, en la cual se muestran indicadores estadísticos como: valor mínimo, medio, máximo, desviación estándar (σ) y coeficiente de variación (C. O. V.).

Tabla 18: Resumen estadístico de los parámetros de la base de datos.

Parámetro	Unidad	Mínimo	Media	Máximo	σ	C. O. V. (%)
Longitud del vano libre (L_{span})	mm	720.00	2158.14	7823.20	1289.92	59.77
Ancho (b)	mm	100.00	176.01	610.00	67.97	38.62
Canto total (h)	mm	150.00	369.68	1220.00	208.61	56.43
Altura efectiva (d)	mm	135.00	321.55	1118.00	191.95	59.69
Relación adimensional (a/d)	-	0.90	2.82	4.96	0.80	28.20
Resistencia a las compresión (f_{cm})	MPa	9.77	46.01	99.10	20.08	43.65
Cuantía de acero longitudinal a tracción (ρ_l)	%	0.64	2.11	4.66	0.81	38.53
Volumen de fibras (V_f)	%	0.25	0.82	3.00	0.42	51.65

Se debe tener en cuenta que la desviación estándar (σ) es una medida para cuantificar la dispersión y el coeficiente de variación ($C.O.V.$) es un indicador relativo acerca de la variabilidad de los datos, mientras más bajo el valor de último indicador, mejor es la precisión.

Dentro de los parámetros estudiados en la Tabla 18 se tienen los siguientes resultados:

- En la longitud del vano libre, la máxima dimensión es de 7823 mm y la altura efectiva correspondiente a esa longitud es de 1118 mm, estas dimensiones de gran magnitud sirvieron para evaluar la resistencia a corte en vigas esbeltas [32]. Este parámetro presenta el mayor $C.O.V.$ con 59.77% y un valor medio de 2158 mm.
- El estudio de la influencia del ancho (b) no ha sido muy estudiada en investigaciones, sin embargo con relaciones b/d entre 1 y 3 se puede tener un incremento en la resistencia a corte de hasta 25%, más allá de esta relación no hay mayor influencia [59].
- La altura efectiva (d) varía de un valor mínimo de 135 a un valor máximo de 1118 mm, resultando en un $C.O.V.$ de 59.69% el segundo más alto en este estudio, es importante conocer que el aumento de d tiende a la disminución de la tensión normalizada de corte por el efecto de tamaño [60].
- La relación adimensional (a/d) es la que presenta menor coeficiente de variación con 28.20% dentro de los parámetros analizados, y tiene valor medio de 2.82, cercano a 2.50 que en vigas cortas ($a/d < 2.5$) sirve para considerar el efector arco (e) en la compresión del hormigón [39]. Además cuando se cumple que la relación a/d es mayor o igual a 2.5 las fisuras de corte se forman de fisuras originadas inicialmente por efectos de flexión [10].

Esta relación es importante debido a que si la carga está muy cerca del soporte, parte de la carga se va directamente al apoyo por el efecto arco, y por el contrario si la carga está más cerca del centro de la viga, existe mayor esfuerzo flector y menor corte, por lo que la viga rompe por flexión y no por cortante.

- La resistencia a la compresión del hormigón (f_{cm}), muestra un valor mínimo de 9.77 y máximo de 99.10 MPa, sin embargo el 76% de las muestras analizadas presenta valores de resistencia característica de proyecto (f_{ck}) menores o iguales a 50 MPa, lo que indica que solo sólo el 24% se realizaron con hormigones de alta resistencia.

- La cuantía longitudinal de acero influye en el efecto pasador cociendo la fisura y modificando la altura de eje neutro con cuantías altas, este parámetro presenta una media de 2.11, y un *C.V.* de 38.53%.
- El volumen de fibras muestra: un valor medio de 0.82%, un mínimo de 0.25% y un máximo de 3%, siendo un rango efectivo entre el 0.5 y 1.5%, como se indica en la sección 4.3.
- Los parámetros presentan coeficientes de variación elevados, sin embargo la mayor parte de los valores se encuentran dentro de \pm una desviación estándar con respecto a la media presentando los siguientes porcentajes: vano libre (*Lspan*) 78%, ancho (*b*) 82%, altura (*h*) 79%, altura efectiva 83%, relación *a/d* 76%, resistencia a la compresión (*f_{cm}*) 72%, cuantía a tracción (*ρ_l*) 70%, volumen de fibras (*V_f*) 79% y corte experimental (*vu*) 85%.

4.2 DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DE LOS PARÁMETROS

Es importante realizar un análisis de la base de datos para conocer la distribución de los parámetros y sus rangos más utilizados en las campañas experimentales, dentro de las principales variables tomadas en cuenta están: la resistencia característica a compresión (*f_{ck}*), el volumen de fibras (*V_f*), la cuantía longitudinal a tracción (*ρ_l*), la altura efectiva (*d*) y la relación *a/d*. Las frecuencias y sus acumuladas se aprecian en la Figura 32, donde se puede sacar las siguientes conclusiones:

- La Figura 32-a, muestra que la mayoría de vigas fue realizada con resistencias características a compresión (*f_{ck}*) menores a 50 MPa, con pocos hormigones de alta y muy alta resistencia; siendo estos últimos solo el 24% del total de muestras.
- En la Figura 32-b, se presenta el volumen de fibras, siendo el rango entre 0.50 y 1% el más utilizado.
- Figura 32-c, muestra que la cuantía de acero a tracción se concentra entre 1.5 y 3% para evitar fallos por flexión y permitir el análisis de corte.
- La Figura 32-d, presenta que las alturas más utilizadas van desde los 200 a los 300 mm, con muy pocas vigas de cantos altos para evitar el efecto de tamaño.
- En la Figura 32-e, se indica que las relaciones *a/d* más usadas están entre 2.5 y 3.5.

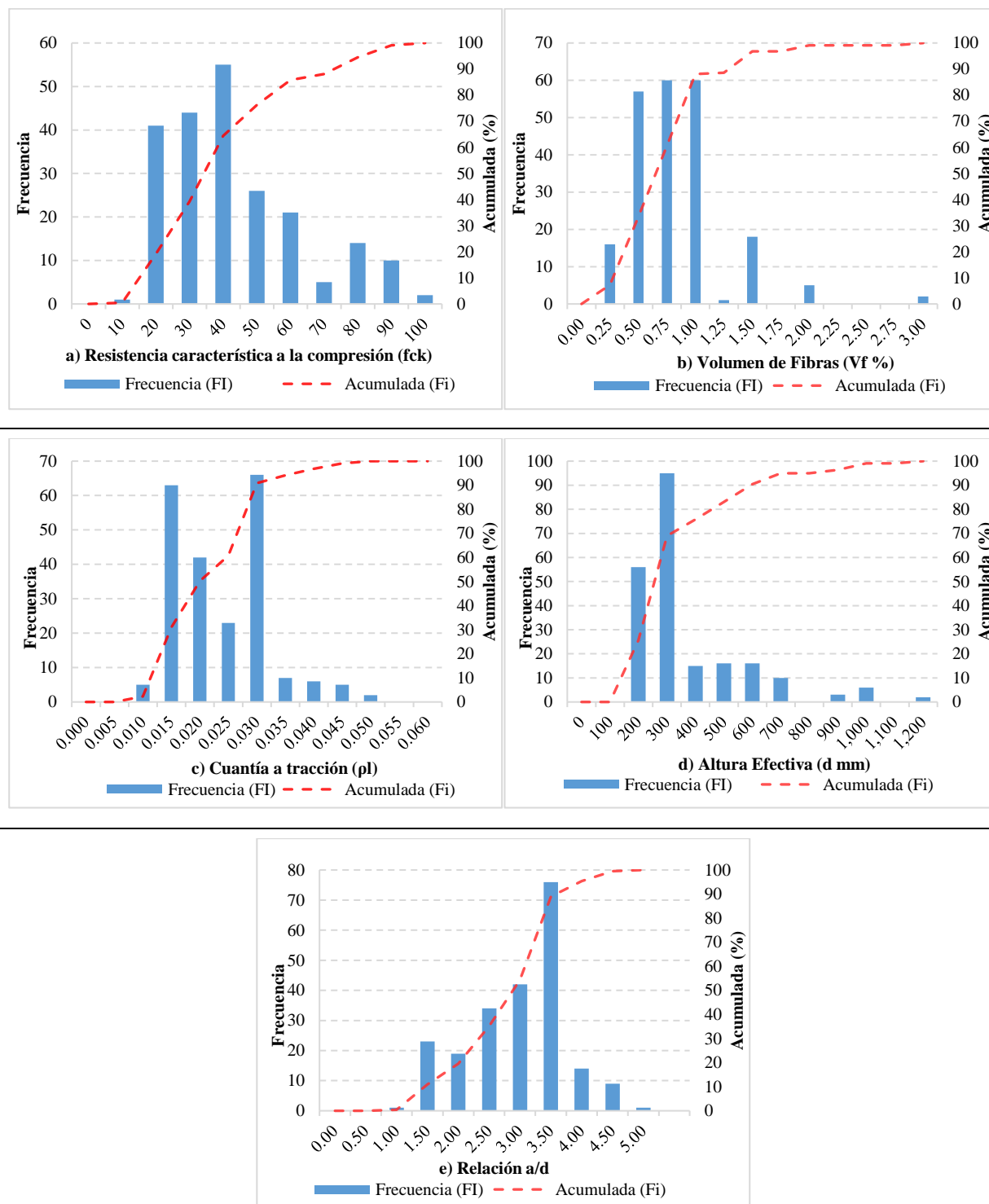


Figura 32: Distribución de la frecuencia de datos: a) resistencia a la compresión, b) cuantía a tracción, c) altura efectiva, d) relación a/d , e) volumen de fibras.

4.3 INFLUENCIA DE PARÁMETROS EN LA RESISTENCIA A CORTANTE

Uno de los motivos por los que el cortante es un fenómeno con gran complejidad es la variabilidad de los parámetros que intervienen en el cálculo, en esta sección se analizará su influencia en la resistencia, a través de los datos recopilados de las campañas experimentales.

La información de la base de la datos permite corroborar que con la adición de fibras, el hormigón aumenta su resistencia a cortante, sin embargo se debe destacar que un rango donde se puede considerar efectiva la adición de fibras se encuentra entre el 0.5 y 1.5% de volumen Figura 33-a, cuantías menores al rango mencionado no producirían un aumento deseado de resistencia y mayores conducirían a una menor efectividad que se puede deber a la afectación en la trabajabilidad de la mezcla.

El tamaño de la fibra es importante para conseguir una buena resistencia a cortante del hormigón, si la relación entre la longitud y el diámetro de la fibra se encuentran en un rango entre 60 y 80 de esbeltez se logra una mejor efectividad, como se aprecia en la Figura 33-b.

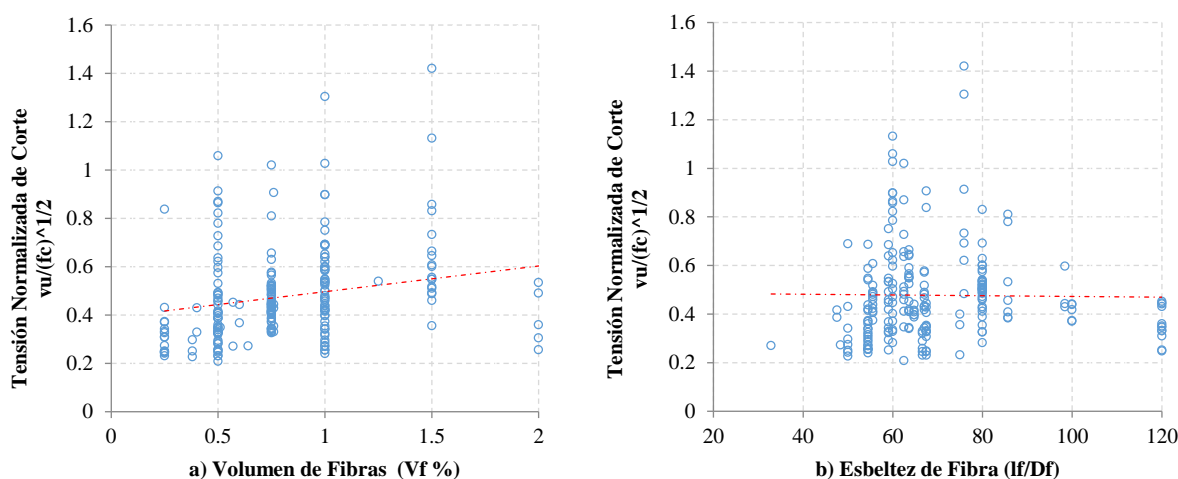


Figura 33: a) Relación entre la tensión normalizada de corte y el volumen de fibras y b) Relación entre la tensión normalizada de corte y el factor de fibra

A medida que la relación (a/d) entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo (a), con la respectiva altura efectiva de la viga (d) es mayor, la resistencia a corte disminuye, pues los efectos producidos por la flexión empiezan a ganar importancia Figura 34-a.

El efecto tamaño se aprecia en la Figura 34-b, donde la tensión normalizada de cortante se reduce a medida que la altura efectiva aumenta [58].

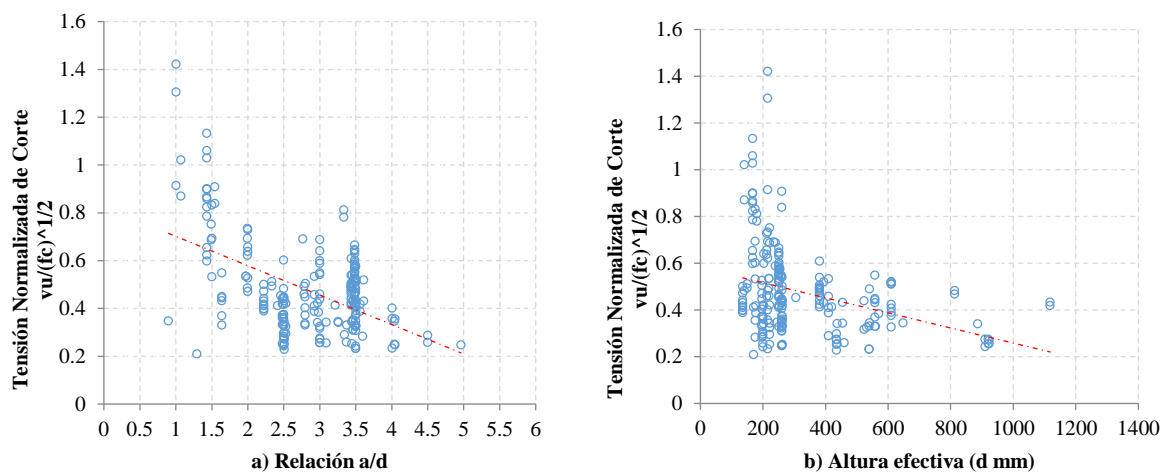


Figura 34: a) Relación entre la tensión normalizada de corte y la relación a/d y b) Relación entre la tensión normalizada de corte y la altura efectiva.

El efecto pasador con el que contribuye la armadura longitudinal a la capacidad a corte se puede ver en la Figura 35-a, donde a mayor cuantía, mayor resistencia, siendo el rango más efectivo entre el 1 y 3%.

El tamaño del agregado máximo también influye en la capacidad de resistencia, con áridos de menor tamaño la mezcla de hormigón es más uniforme y permite un mejor entre enlace con la fibra, la mayoría de las campañas han usado diámetros entre 9 y 17 mm, ver Figura 35-b.

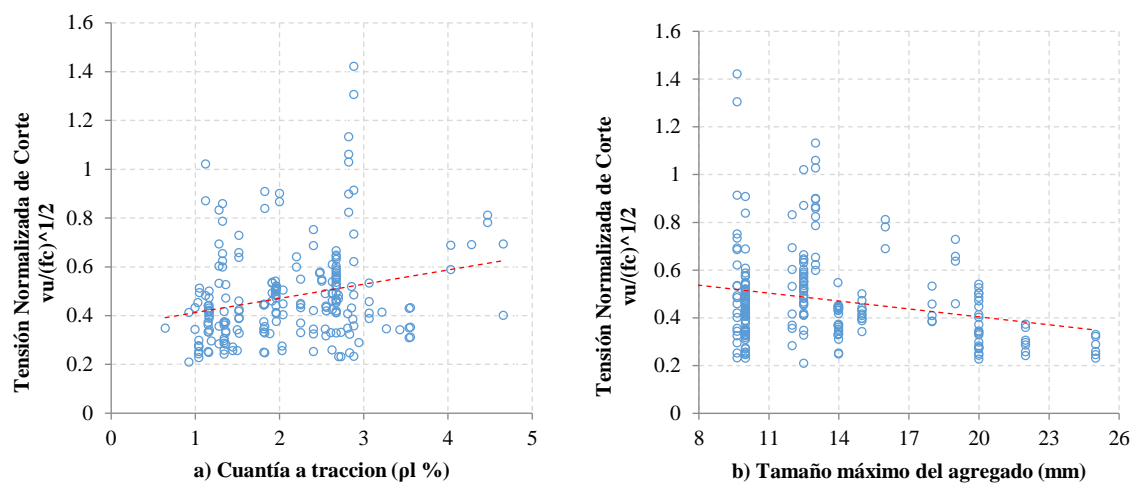


Figura 35: a) Relación entre la tensión normalizada de corte y la cuantía a tracción b) Relación entre la tensión normalizada de corte y el tamaño máximo del agregado.

Por motivo de que se ha trabajado con hormigones de normal y alta resistencia, las Figuras 33, 34, 35, han sido graficadas utilizando la tensión normalizada de cortante con el objetivo de eliminar la influencia de la resistencia del hormigón a compresión (f_{cm}) y analizar de forma estandarizada los resultados [58].

5 COMPARACIÓN DE FORMULACIONES Y RESULTADOS DE LOS MODELOS

5.1 COMPARACIÓN DE FORMULACIONES

Los diferentes modelos basados en campañas experimentales para la resistencia a cortante del HRF y expuestos anteriormente se los presenta en la Tabla 19 de manera cronológica, para observar la evolución de los modelos con parámetros propios y comunes de las investigaciones, clasificados en dos categorías: C1 si las fibras se consideran como una contribución adicional y C2 si el efecto de las fibras están incluidos como una mejora a la contribución del hormigón.

Tabla 19: Resumen de Modelos para predecir el corte en HRFA sin armadura transversal.

No.	Autor	Año	CAT	Formulación para Resistencia ($V_u = V_c + V_f$)	
				Hormigón (V_c)	Fibras (V_f)
1	SHARMA [36]	1986	C2	$V_u = k f_{ct} \left(\frac{d}{a} \right)^{0.25}$	
2	MANSUR ET AL. [13]	1986	C1	$V_c = \left(0.16 \sqrt{f'c} + 0.17 \frac{\rho_l V d}{M} \right) b d$	$V_f = \sigma_{tu} b d$ $\sigma_{tu} = \eta_0 \eta_l \eta_b 2 \tau \frac{l_f}{D_f} V_f$
3	NARAYANAN Y DARWISH [37]	1987	C1	$V_c = e \left(0.24 f_{spfc} + 80 \rho_l \frac{d}{a} \right) b d$ $a/d \leq 2.8 \rightarrow e = 2.8 d/a; a/d > 2.8 \rightarrow e = 1$	$V_f = \sigma_{tu} b d$ $\sigma_{tu} = 0.41 4.15 F$
4	ASHOUR ET AL. 1 [15]	1992	C1	$V_u = \left[(0.7 \sqrt{f'c} + 7F) \frac{d}{a} + 17.2 \rho \frac{d}{a} \right] b d$	
5	ASHOUR ET AL. 2 [15]	1992	C1	$a/d \geq 2.5 \rightarrow V_u = (2.11 \sqrt[3]{f'c} + 7F) \left(\rho_l \frac{d}{a} \right)^{0.333} b d$ $a/d < 2.5 \rightarrow V_u = \left[(2.11 \sqrt[3]{f'c} + 7F) \left(\rho_l \frac{d}{a} \right)^{0.333} \frac{2.5}{\frac{a}{d}} + \sigma_{tu} \left(2.5 - \frac{a}{d} \right) \right] b d$	
6	SHIN ET AL. [38]	1994	C1	$a/d \geq 3 \rightarrow V_u = \left(0.10 f_{sp} + 93 \rho_l \left(\frac{d}{a} \right) \right) b d$ $a/d < 3 \rightarrow V_u = \left(0.22 f_{sp} + 217 \rho_l \left(\frac{d}{a} \right) \right) b d$	$V_f = 0.834 \sigma_{tu} b d$
7	KHUNTIA ET AL. [39]	1999	C1	$V_u = [(0.167 e + 0.25 F) \sqrt{f'c}] b d$ $a/d > 2.5 \rightarrow e = 1; a/d \leq 2.5 \rightarrow e = 2.5 d/a$	
8	KWAK ET AL. [19]	2010	C1	$V_c = 3.7 e f_{spfc}^{\frac{2}{3}} \left(\rho_l \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} b d$ $a/d \leq 3.4 \rightarrow e = 3.4 d/a; a/d > 3.4 \rightarrow e = 1$	$V_f = 0.8 \sigma_{tu} b d$
9	DINH ET AL. [40]	2011	C1	$V_c = 0.13 A_s f_y$	$V_f = \sigma_t b (d - c) \cotan(\alpha)$
10	ARSLAN [41]]	2014	C1	$V_u = 0.2 f c^{\frac{2}{3}} \left(\frac{c}{d} \right) + \sqrt{\rho_l (1 + 4F) f c} \left(\frac{3}{a/d} \right)^{\frac{1}{3}} b d$	

En la Tabla 20 se presenta la segunda parte según su contribución en el hormigón como se explicó anteriormente.

Tabla 20: Resumen de normativas europeas, GEP y MASM + FIBRAS para predecir el corte en HRFA sin armadura transversal.

No.	Autor	Año	CAT	Formulación ($V_u = V_c + V_f$)	
				Hormigón (V_c)	Fibras (V_f)
1	DBV [48]	2001	C1	$V_{Rd,ct} = \left(\frac{0.15}{\gamma_c} k (\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + x_1 \right) b d$	$V_{Rd,ct}^f = \frac{\alpha_c^f f_{ctRu}^f b h}{\gamma_{ct}^f}$
2	RILEM [49]	2003	C1	$V_{cd} = \left(0.12 k (\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + x_1 \right) b d$	$V_f = 0.7 \varepsilon 0.12 \frac{f_{r4k}}{\gamma_c} b d$
3	EHE [6]	2008	C1	$V_{cu} = \left(\frac{0.18}{\gamma_c} k (\rho_l f_{cv})^{\frac{1}{3}} + x_1 \right) b d$	$V_{fu} = 0.7 \varepsilon 0.5 0.33 \frac{f_{r3k}}{\gamma_c} b d$
4	MODEL CODE [50]	2010	C2	$V_{Rd,F} = \left(\frac{0.18}{\gamma_c} k \left(\rho_L \left(1 + 7.5 \frac{f_{r3}/3}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + x_1 \right) b d$	
5	KARA [45]	2012	C2	$V_u = \left[\left(\frac{\rho d}{c_0 c_1 a/d} \right)^3 + \frac{F d^{1/4}}{c_2} + \sqrt{\frac{c_3 f_c}{d}} \right] b d$	
6	MASM + FIBRAS [2]	2019	C2	$V_u = \left[\xi \left(0.84 - 0.10 \frac{\sigma_{tu}}{f_{ctm}} \right) \frac{x}{d} + 0.08 + 1.10 \frac{\sigma_{tu}}{f_{ctm}} \right] f_{ctm} b d$	$\sigma_{tu} = 2\eta_0 \eta_l F_t f_{ct}$

* $x_1 = 0.15 \alpha_1 \sigma'_{cd}$ (efectos por cargas axiales)

5.1.1 Principales características de los modelos

Las principales características de las formulaciones se resumen en la Tabla 21, donde se muestra:

- Clasificación según su grupo, en primer lugar las formulaciones de campañas experimentales, segundo propuestas de guías, recomendaciones o normativas, tercero un modelo basado en algoritmo evolutivo y finalmente el MASM+Fibras.
- Autor o autores de la propuesta, con su año de publicación.
- Naturaleza del tipo de fibra con la que fueron elaborados los modelos A y A^* para fibras de acero, señalando A^* para formulaciones que teóricamente pueden servir para otro tipo de fibras.
- Efecto de la fibra en el hormigón si es adicional o como contribución en el hormigón.
- Tensión residual a tracción calculada de manera: analítica (A), asociada a la fuerza (f_r) o en función a la energía equivalente ($f_{eq,i}$). La resistencia a flexotracción equivalente ($f_{eq,i}$) está relacionada a la energía de absorción del material, obtenido de un diagrama Carga-

Desplazamiento lo que es más fiable a diferencia de los modelos que usan resistencia residual (f_r), la cual es una tensión asociada a la Carga-Abertura de fisura y misma que es más susceptible a irregularidades locales en el diagrama carga-desplazamiento [53].

- El ensayo que necesitan para obtener la tensión residual sobre todo en el caso de normativas o guías.
- Factor de Efecto tamaño, el cuál considera que a medida que el tamaño del elemento de hormigón es más grande, su comportamiento tiende a ser más frágil, o basados en el punto de vista de mecánica de fractura, elementos más grandes liberan mayor cantidad de energía, formando fisuras más anchas [57]. Sabiendo que la fisura depende del tamaño del elemento se puede entender que a mayor ancho, menor es la tensión de tracción que se puede resistir.
- Efecto arco, fenómeno que considera que la cabeza comprimida longitudinal de hormigón (N_c) se inclina cuando se aproxima al apoyo dando origen a una componente vertical ($N_c \sin \theta$), la cual ayuda en la resistencia a cortante, transmitiendo una parte de la carga directamente al apoyo.
- Factor de fibra, parámetro explicado en la sección 2.8.
- Aplicación de coeficiente de seguridad ($C.S.$) si es el caso.
- Limitación de resistencia del hormigón a compresión del hormigón.

Tabla 21: Características de las formulaciones para la resistencia a cortante en HRF.

	Formulación	Año	Fibra	Efecto de las Fibras		Tensión Residual			Ensayo		Efecto Tamaño	Efecto Arco	Factor Fibra	C. S.	Resistencia del Hormigón
				Adicional al Hormigón	Incluido en el Hormigón	A	fr	feq	Tracción	Tipo					
CAMPAÑAS EXPERIMENTALES	SHARMA [36]	1986	A		✓							✓			Normal
	MANSUR [13]	1986	A	✓		✓						✓	✓		Normal
	NARAYANAN AND DARWISH [37]	1987	A	✓		✓						✓	✓		Normal
	ASHOUR ET AL. 1 [15]	1992	A	✓								✓	✓		Normal y Alta
	ASHOUR ET AL. 2 [15]	1992	A	✓		✓						✓	✓		Normal y Alta
	SHIN ET AL. [38]	1994	A	✓		✓						✓	✓		Alta
	KHUNTIA ET AL. [39]	2002	A	✓								✓	✓		Normal y Alta
	KWAK ET AL. [19]	2002	A	✓		✓						✓	✓		Normal y Alta
	DINH ET AL. [40]	2011	A	✓		✓	✓		I	F					Normal
	ARSLAN [41]	2014	A	✓								✓	✓		Normal y Alta
NORMATIVAS O GUÍAS	DBV [48]	2001	A	✓				✓	I	F	✓			✓	Normal y Alta
	RILEM [49]	2003	A	✓			✓		I	F	✓			✓	Normal y Alta
	EHE [6]	2008	A	✓			✓		I	F	✓			✓	Normal y Alta
	MODEL CODE [50]	2010	A		✓		✓		I	F	✓			✓	Normal y Alta
	CNR-DT 204 [51]	2006	A		✓			✓	I	F	✓			✓	Normal y Alta
GEP	KARA [45]	2012	A		✓							✓	✓		Normal y Alta
MEC	MASM + FIBRAS [2]	2019	A *		✓	✓					✓	✓	✓		Normal y Alta

5.2 RESULTADOS DE LOS MODELOS

En esta sección se analizarán los resultados obtenidos de los modelos expuestos anteriormente, comparando la capacidad de corte resultado del ensayo real con el corte teórico o predicho, los modelos se evaluarán como el cociente entre el valor experimental y el valor sugerido, siendo la unidad la que determine la fiabilidad de predicción del resultado a través de la ecuación (5.1).

$$\frac{Vu_{experimental}}{Vu_{teórico}} = 1 \quad (5.1)$$

A pesar que la base de datos consta de 219 vigas que en teoría han fallado por cortante, se ha realizado una comprobación adicional, calculando el corte asociado a la rotura por flexión ($Vu_{flexión}$), el cual se obtiene del momento último (M_u) que resiste la sección dividido para el vano de cortante (a), de manera que se debe cumplir la siguiente expresión:

$$Vu_{teórico} \leq Vu_{flexión} \quad (5.2)$$

De esta manera la base de datos se redujo a 150 ensayos para efectos de comparación de resultados, la información obtenida por medio de la expresión (5.1), ayudará para la comparación de las predicciones y su dispersión de resultados mediante análisis estadístico, que se complementarán con el método de Collins [61] para evaluar que tan conservativos o peligrosos pueden llegar a ser los modelos y los cuales serán mostrados finalmente a través de gráficas exponiendo el corte experimental y teórico con el coeficiente de determinación (R^2), conjuntamente con su línea de tendencia para evaluaciones simples y rápidas.

5.2.1 Parámetros estadísticos

La primera comparación que se realiza es a través de parámetros estadísticos como: valor mínimo, medio, máximo, desviación estándar (σ), coeficiente de variación ($C.O.V.$) y percentil 5% y 95% de la relación entre el corte experimental y la predicción, la Tabla 22 y Tabla 23 presentan los resultados obtenidos.

Tabla 22: Resultados de predicciones en base a las campañas experimentales.

No.	Predicción	Año	Mín.	Media	Máx.	σ	C. O. V. (%)	(Vexp/ Vprev) 5%	(Vexp/ Vprev) 95%
1	SHARMA	1986	0.79	1.64	3.68	0.56	34.31	0.88	2.68
2	MANSUR	1986	0.77	1.42	3.27	0.46	32.32	0.94	2.47
3	NARAYANAN AND DARWISH	1987	0.60	1.13	2.20	0.28	24.74	0.74	1.63
4	ASHOUR ET AL. 1	1992	0.56	1.25	2.43	0.32	25.81	0.76	1.74
5	ASHOUR ET AL. 2	1992	0.52	1.01	2.32	0.30	30.10	0.60	1.49
6	SHIN ET AL.	1994	0.62	1.59	3.07	0.59	36.83	0.88	2.58
7	KHUNTIA ET AL.	2002	0.84	1.53	2.89	0.40	25.98	1.04	2.30
8	KWAK ET AL.	2002	0.47	1.01	2.03	0.27	26.78	0.65	1.43
9	DINH ET AL.	2011	0.50	1.20	4.43	0.65	54.32	0.60	2.72
10	ARSLAN	2014	0.83	1.52	3.09	0.41	27.10	0.97	2.23

En la Tabla 22 uno los parámetros más importantes es el coeficiente de variación (*C.O.V.*) como medida de la variabilidad de los datos, donde Narayanan y Darwish tiene la menor dispersión con 24.74%, seguido de Ashour 1 y Khuntia, con 25.81 y 25.98% respectivamente, en el cuarto y quinto lugar están Kwak con 26.78% y Arslan con del 27.10% con valores que no están alejados de los mencionados anteriormente. Las posteriores predicciones tienen indicadores que están entre 30 y 37% de *C.O.V.*, a excepción de Dinh con la mayor dispersión relativa, la cual es de 54.32%.

En cuanto a la media el valor más cercano a la unidad lo presenta Kwak y Ashour 2, ambos alcanzan un valor de 1.01, Narayanan y Darwish es el tercer modelo con 1.13 ligeramente conservador. Las demás predicciones tienen medias de 1.20 a 1.63.

El menor valor mínimo es el de Kwak con 0.47, valor que indica para ciertos casos el modelo predice casi el doble de carga de lo que realmente resistió la viga y por el contrario Dinh con un valor máximo de 4.43 que podría resultar en una propuesta demasiado conservadora.

La Tabla 23 contiene predicciones en base a: normativas, guías, recomendaciones, el GEP y al modelo mecánico MASM + FIBRAS.

Tabla 23: Resultados de predicciones en base a normativas europeas, GEP y MASM + FIBRAS.

No.	Predicción	Año	Mín.	Media	Máx.	σ	C. O. V. (%)	(Vexp/ Vprev) 5%	(Vexp/ Vprev) 95%
1	DBV	2001	0.89	1.67	3.69	0.54	32.51	1.04	2.88
2	RILEM	2010	0.67	1.39	3.96	0.58	41.69	0.80	2.79
3	EHE	2008	0.70	1.38	3.93	0.59	42.67	0.82	2.71
4	MODEL CODE	2010	0.69	1.43	4.11	0.60	41.65	0.83	2.85
5	KARA	2012	0.09	0.98	2.15	0.40	40.31	0.29	1.57
6	MASM + FIBRAS	2019	0.66	1.11	2.08	0.26	23.07	0.72	1.52

De la Tabla 23, el MASM + FIBRAS presenta el menor coeficiente de variación (C.O.V.) de 23.07%, seguido por la guía DBV con 32.51%, en cuanto a las demás normativas y el modelo GEP, estos rondan valores dentro 41 y 43%, siendo estas últimas mucho mayores a las predicciones de las campañas experimentales. Se debe recordar que en este estudio no se ha considerado los coeficientes de seguridad de las normas para que sea posible comparar los resultados con la información experimental, tal como lo sugiere Marí et al. [10].

5.2.2 Método de Collins

El desempeño de los distintos modelos de cortante puede ser clasificado en función a la recomendación “Demerit Points Classification” de Collins [61]. La propuesta consiste en agrupar a la relación V_{exp}/V_{teo} obtenida de la base de datos y clasificarla en función al intervalo en que se encuentre, otorgándole una puntuación que depende de la calidad del resultado. El total de los puntos demérito es calculado a través de la suma de los porcentajes de cada rango multiplicada por el respectivo punto demérito, ver Tabla 24.

Tabla 24: Clasificación y Puntuaciones según Collins [61].

Vexp/Vteo	Clasificación	Puntos Demérito
$x < 0.5$	Extremadamente peligroso	10
$\geq 0.5 < 0.65$	Peligroso	5
$\geq 0.65 - < 0.85$	Baja seguridad	2
$\geq 0.85 - < 1.30$	Seguridad apropiada	0
$\geq 1.30 - < 2.0$	Conservativo	1
$x \geq 2$	Extremadamente conservativo	2

La principal idea de la recomendación es sancionar con más puntos a los valores de V_{exp}/V_{teo} menores a 0.5, por considerarlos que son predicciones extremadamente peligrosas. Finalmente los modelos que tengan menores puntajes son los que tienen mejor comportamiento según esta metodología. La Tabla 25 resume las puntuaciones de las campañas experimentales.

Tabla 25: Puntuación de las campañas experimentales según Collins [61].

Demerit Points Classification (%)									
No.	PREDICCIÓN	AÑO	$x < 0.5$	$x \geq 0.5$ $x < 0.65$	$x \geq 0.65$ $x < 0.85$	$x \geq 0.85$ $x < 1.30$	$x \geq 1.30$ $x < 2.0$	$x \geq 2$	Puntos
1	SHARMA	1986	0.00	0.00	2.00	30.00	43.33	24.67	97
2	MANSUR	1986	0.00	0.00	2.00	48.00	40.00	10.00	64
3	NARAYANAN AND DARWISH	1987	0.00	2.00	14.00	57.33	25.33	1.33	66
4	ASHOUR ET AL. 1	1992	0.00	2.67	5.33	52.00	37.33	2.67	67
5	ASHOUR ET AL. 2	1992	0.00	11.33	21.33	53.33	12.67	1.33	115
6	SHIN ET AL.	1994	0.00	0.67	4.00	36.00	31.33	28.00	99
7	KHUNTIA ET AL.	2002	0.00	0.00	0.67	30.67	57.33	11.33	81
8	KWAK ET AL.	2002	0.67	4.67	25.33	54.00	14.67	0.67	97
9	DINH ET AL.	2011	0.67	6.67	15.33	54.00	15.33	8.00	102
10	ARSLAN	2014	0.00	0.00	0.67	32.00	56.67	10.67	79

De la Tabla 25 se puede conocer que la predicción con menor puntaje y por lo tanto la mejor según Collins es Mansur con 64 puntos, este modelo no presenta muestras en el rango extremadamente peligroso y peligroso, además el 48% de elementos está en la seguridad apropiada. Narayanan y Darwish también presenta una predicción con baja calificación, con 66 puntos, Ashour 1 es el tercer modelo con 67 puntos y con el 52% en el rango de seguridad apropiada. La predicción de Ashour 2 resultó la menos indicada con 115 puntos y 11% de muestras en la zona peligrosa.

Es importante mencionar que Narayanan y Darwish es la predicción con mayor porcentaje en la zona de seguridad apropiada, con un 57% de muestras localizadas en este rango, lo que indica que su modelo de cálculo tiende a ser el más conveniente a la hora de predecir resultados de corte.

La Tabla 26 resume las puntuaciones de las guías, normas y códigos a nivel europeo, la GEP y el modelo mecánico MASM + FIBRAS.

Tabla 26: Puntuación de predicciones: normativas europeas, GEP y MASM + FIBRAS, según Collins [61].

Demerit Points Classification (%)									
No.	PREDICCIÓN	AÑO	$x < 0.5$	$x \geq 0.5$ $x < 0.65$	$x \geq 0.65$ $x < 0.85$	$x \geq 0.85$ $x < 1.30$	$x \geq 1.30$ $x < 2.0$	$x \geq 2$	Puntos
1	DBV	2001	0.00	0.00	0.00	24.00	59.33	16.67	93
2	RILEM	2003	0.00	0.00	8.00	44.00	37.33	10.67	75
3	EHE	2008	0.00	0.00	8.00	47.33	34.00	10.67	71
4	MODEL CODE	2010	0.00	0.00	7.33	40.00	42.00	10.67	78
5	KARA	2012	14.41	4.24	13.56	47.46	18.64	1.69	214
6	MASM + FIBRAS	2019	0.00	0.00	14.00	66.00	19.33	0.67	49

Según la clasificación de Collins, en la evaluación de las normas de diseño se obtuvo que en el modelo de la EHE-08 y RILEM llegan a una puntuación de 71 y 75 respectivamente, con porcentajes muy similares entre los rangos propuestos, lo que indica que basado en este método de análisis ambas normativas tienen comportamientos semejantes, la cantidad de muestras que se encuentran del rango de seguridad apropiada hasta el rango extremadamente conservativo para ambos casos es del 92%.

La MC2010 y la DBV presentan correspondientemente 78 y 93 puntos, la mayor diferencia es que la primera muestra un 53% de muestras en el rango conservador y extremadamente conservador mientras que la DBV exhibe el 76% en el mismo rango, esta última norma caracterizada por que sus ejemplares tienen el 100% de relaciones V_{exp}/V_{teo} en el rango de seguridad apropiada o superior, convirtiendo a esta norma en una de las más conservadoras.

El modelo MASM + FIBRAS muestra una puntuación de 49, siendo el modelo mejor puntuado por el método de Collins, pues no hay muestras en el rango extremadamente peligroso, ni en la categoría peligrosa y sobre todo en cuestión de predicción de resultados tiene un 66% de muestras en la seguridad apropiada, el cual finalmente es un indicador de cuan preciso es el modelo mecánico. Kara es el modelo más castigado por Collins, con 214 puntos debido al 14% de muestras en el rango extremadamente peligroso.

La Figura 36 resume la clasificación final de todos los modelos y en la cual se puede observar a las diferentes propuestas y su porcentaje de seguridad apropiada, objetivo de este estudio.

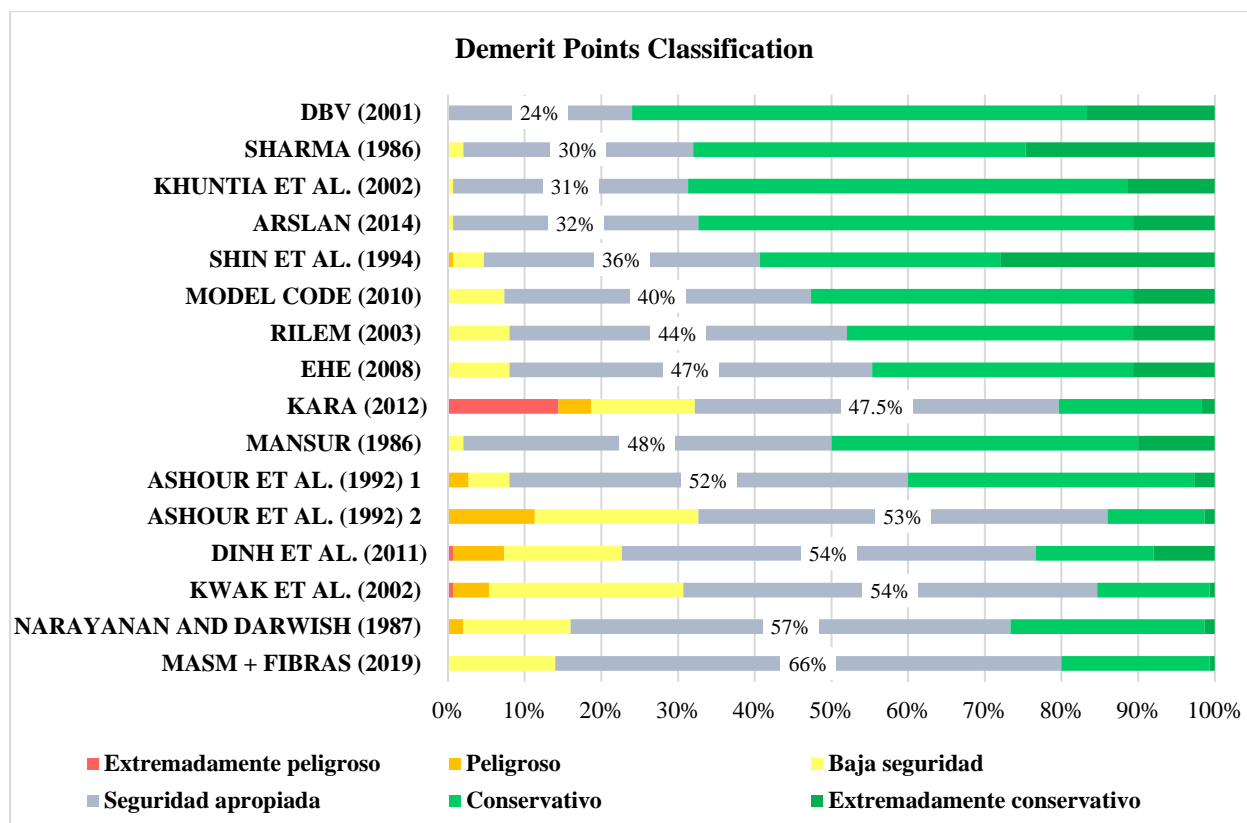


Figura 36: Comparación de los Modelos según Collins [61].

Para propósitos de predicciones, de la Figura 36 se recalca que el MASM + FIBRAS lidera con el 66% de muestras en la seguridad apropiada seguido de Narayanan y Darwish con el 57%, demostrando que estos estudios resultan ser los más adecuados para predecir la resistencia a corte. Otra similitud de ambos modelos es que muestran menos del 1% de elementos en el rango extremadamente conservativo, lo que puede indicar que las propuestas no subestiman la influencia de los parámetros en la resistencia a cortante.

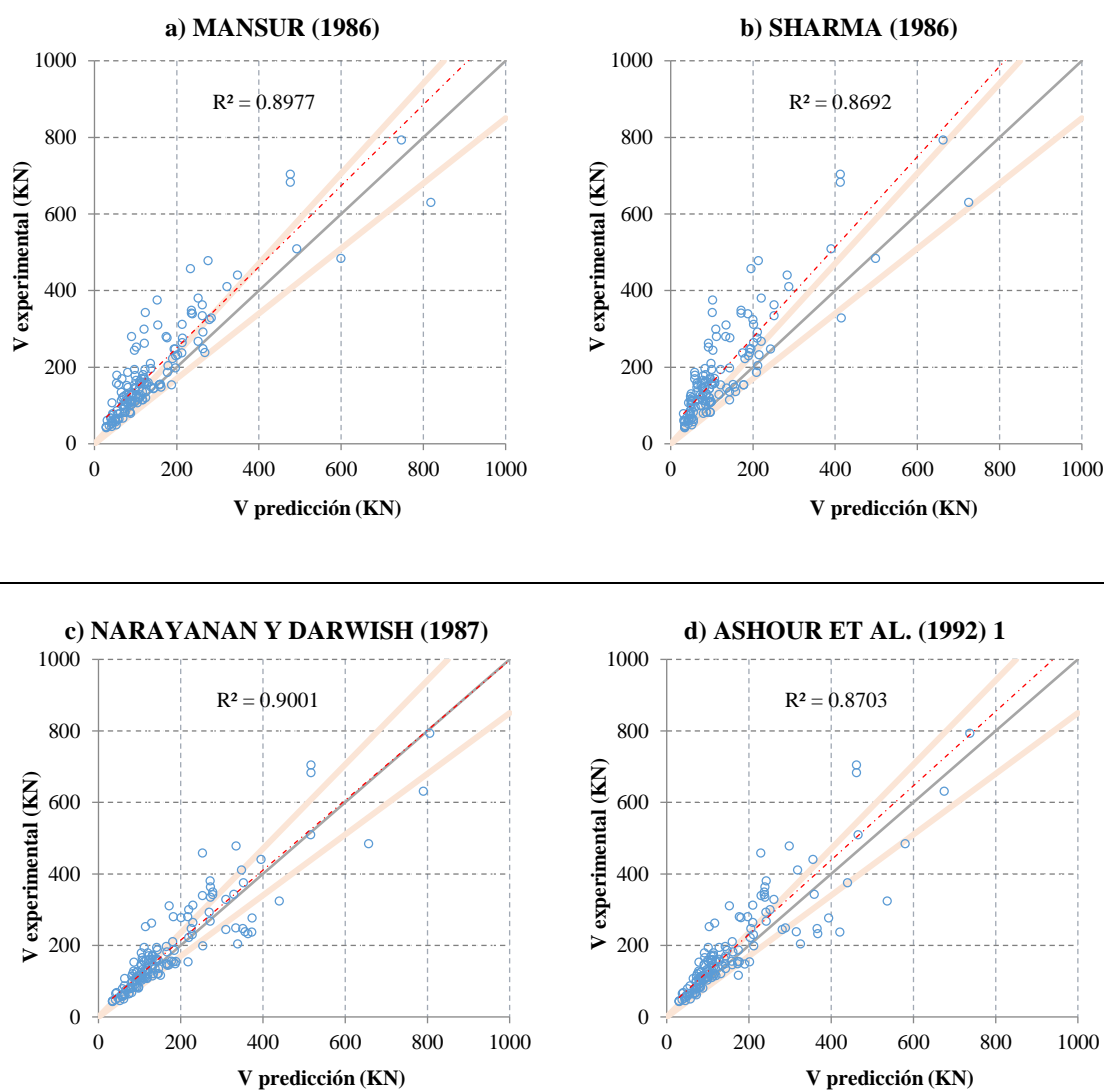
5.2.3 Coeficiente de determinación (R^2)

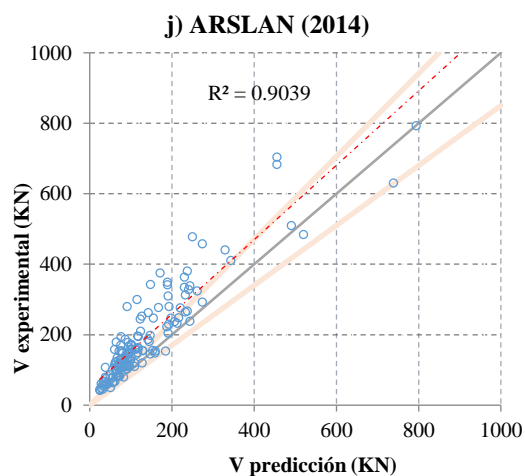
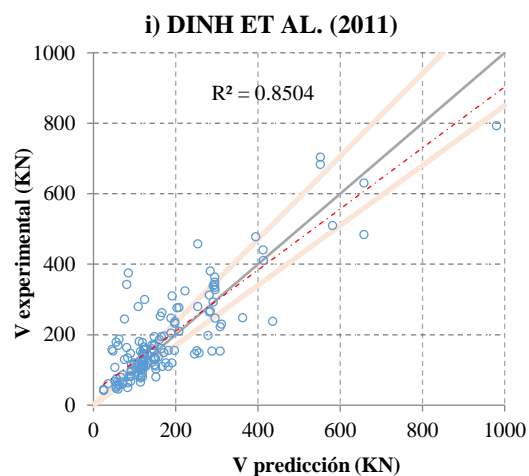
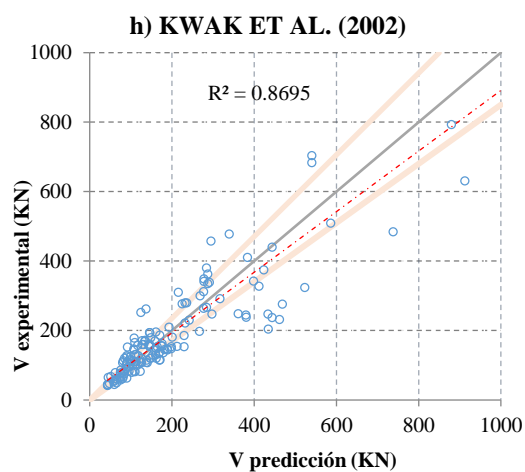
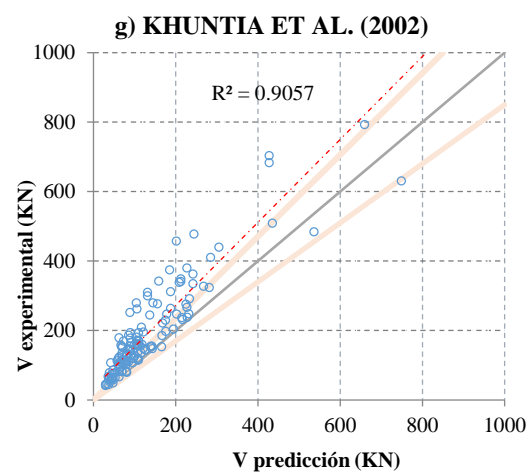
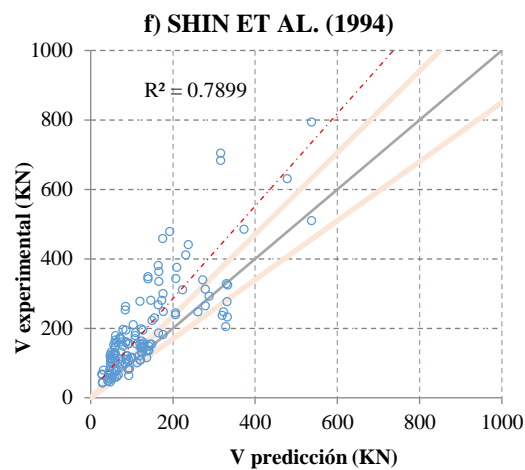
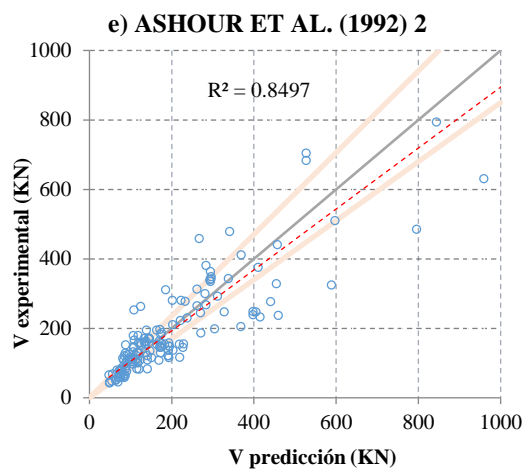
La Figura 37 y la Figura 38 presentan el coeficiente de determinación (R^2), factor adimensional estadístico entre 0 y 1 que permite comprobar una hipótesis, siendo 1 el ajuste lineal perfecto, este coeficiente de fácil interpretación ayudará a realizar una evaluación rápida de los modelos, sin embargo este método debe ser complementado con otras técnicas.

Para visualizar los resultados se ha graficado el valor del corte experimental de las vigas y el teórico de cada una de las formulaciones, el caso ideal sería en los puntos se encuentren sobre la

línea principal diagonal que representa la unidad o que cumple con la expresión (5.1), con una tolerancia de más ± 15 , variación que se puede deber al factor de carga [13].

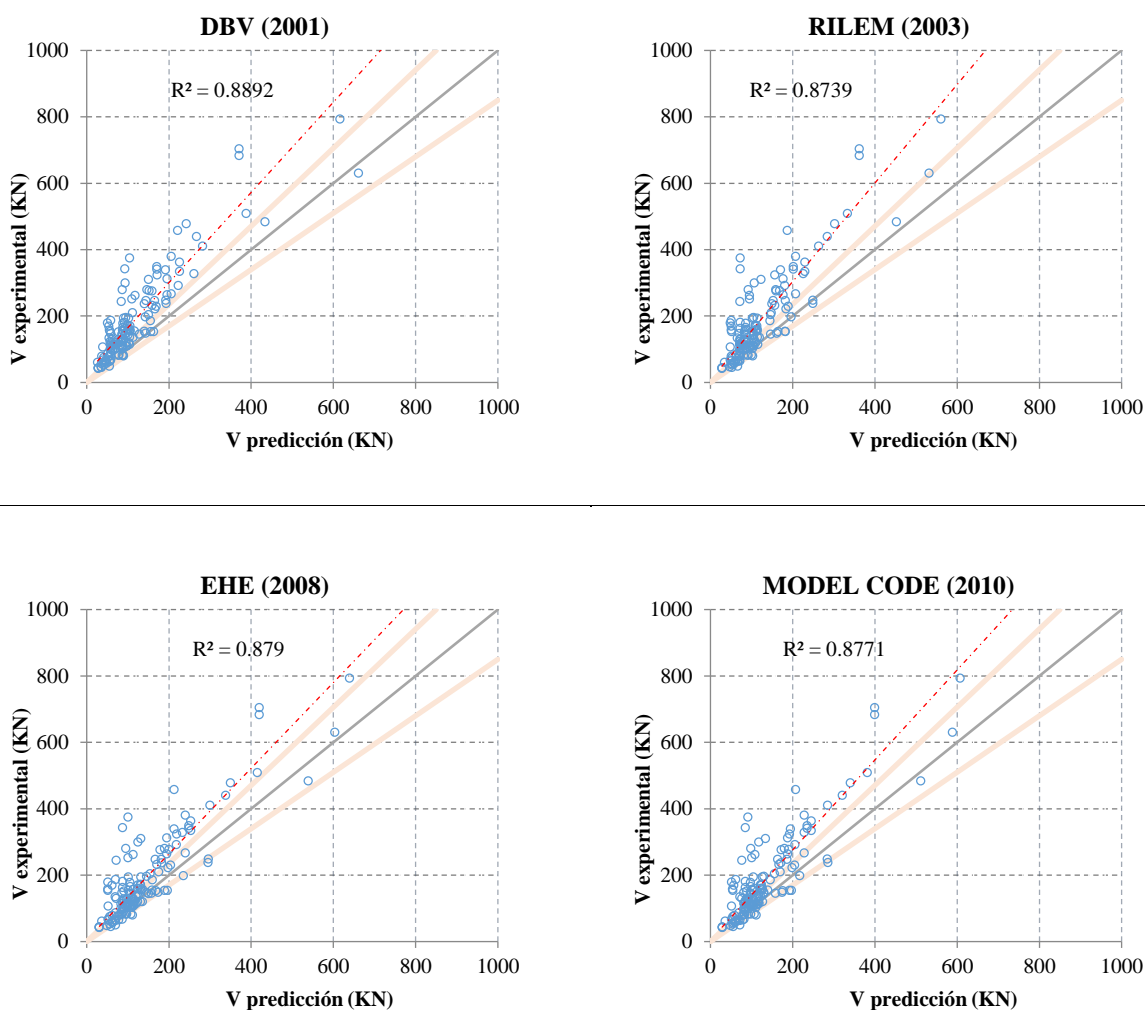
Figura 37: Comparación de los resultados experimentales y predicciones de las campañas experimentales.





Dentro de la Figura 37 las propuesta de Arslan, Khuntia y Narayanan & Darwish con al respecto coeficiente de determinación (R^2) tienen valores iguales a 0.90, indicativo de que las formulaciones tiene un alto nivel de confianza según este método, y sobretodo el modelo de Narayanan y Darwish presenta una línea de tendencia (roja punteada) ideal. Mansur, Ashour 1, Kwak y Sharma presentan valores R^2 de 0.89, 0.87, 0.87 y 0.86 respectivamente, no obstante la propuesta de Kwak tiene una línea tendencia (roja punteada) por debajo de la diagonal principal al igual que Dinh y Ashour 2. Por otro lado Dinh., Ashour 2 y Shin, tienen valores correspondientes a: 0.85, 0.85, y 0.79, dejando en esta evaluación como las formulaciones de menor confiabilidad.

La comparación en cuanto a normativas europeas, guías, GEP y la propuesta MASM + FIBRAS, se las presenta en la Figura 38.



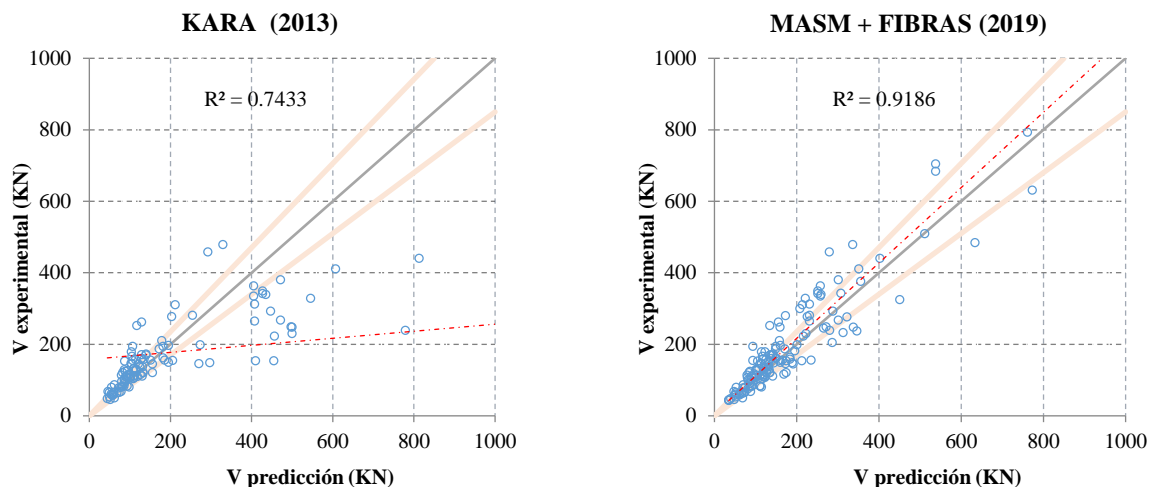


Figura 38: Comparación de los resultados experimentales y predicciones de las normativas de diseño, GEP y MASM + FIBRAS.

De la Figura 38 destaca MASM + FIBRAS con un coeficiente de determinación (R^2) igual a 0.92, la guía Alemana DBV con 0.89, seguido por el MC2010 y la EHE-08 con 0.88, RILEM con presenta un valor 0.87 mostrando que las normas tienden a entregar valores conservativos y que su línea de tendencia está por sobre la línea guía de la unidad. Finalmente Kara con 0.74 es la predicción más baja entre todas las comparadas.

5.2.4 Resumen de Resultados

De manera cualitativa y cuantitativa se presenta un resumen de los resultados obtenidos de las formulaciones, por medio de las evaluaciones anteriormente explicadas. Las 5 mejores puntuaciones en cada columna se encuentran en color verde, y las 5 más bajas en color rojo, los valores intermedios no tienen distinción como se indica en la Tabla 27.

Tabla 27: Resumen cualitativo y cuantitativo de las formulaciones.

	Formulación	Año	RESULTADOS					
			Parámetros estadísticos				Clasificación de Collins	
			Método 1		Método 3		Método 2	
			Media	C. O. V. (%)	R ²	Tendencia	Puntos	Seguridad Adecuada (%)
CAMPAÑAS EXPERIMENTALES	SHARMA [36]	1986	1.64	34.31	0.869	CONSERVADOR	97	30
	MANSUR [13]	1986	1.42	32.32	0.898	APROPIADO	64	48
	NARAYANAN AND DARWISH [37]	1987	1.13	24.74	0.900	APROPIADO	66	57
	ASHOUR ET AL. 1 [15]	1992	1.25	25.81	0.870	APROPIADO	67	52
	ASHOUR ET AL. 2 [15]	1992	1.01	30.10	0.850	APROPIADO	115	53
	SHIN ET AL. [38]	1994	1.59	36.83	0.790	CONSERVADOR	99	36
	KHUNTIA ET AL. [39]	2002	1.53	25.98	0.906	CONSERVADOR	81	31
	KWAK ET AL. [19]	2002	1.01	26.78	0.870	APROPIADO	97	54
	DINH ET AL. [40]	2011	1.20	54.32	0.850	APROPIADO	102	54
	ARSLAN [41]	2014	1.52	27.10	0.904	APROPIADO	79	32
NORMATIVAS O GUÍAS	DBV [48]	2001	1.67	32.51	0.889	CONSERVADOR	93	24
	RILEM [49]	2003	1.38	42.67	0.874	CONSERVADOR	75	44
	EHE [6]	2008	1.43	41.65	0.879	CONSERVADOR	71	47
	MODEL CODE [50]	2010	1.39	41.69	0.877	CONSERVADOR	78	40
GEP	KARA [45]	2012	0.98	40.31	0.743	PELIGROSO	214	47
MEC	MASM + FIBRAS [2]	2019	1.11	23.07	0.919	APROPIADO	49	66

5.2.5 Comparación entre Narayanan y Darwish vs Model Code vs MASM + FIBRAS

En este apartado se ha considerado: un modelo semi empírico, un código y un modelo mecánico, que son respectivamente: Narayanan y Darwish [37], MC2010 [50] y MASM + FIBRAS [2] para una comparación a mayor profundidad. Las formulaciones anteriormente mencionadas han sido elegidas debido al alto nivel de predicción de resultados a cortante, analizado en puntos anteriores sin embargo con respecto al MC2010 se ha elegido pues es una formulación con la misma ideología del MASM + FIBRAS.

Un estudio a mayor detalle ayudará a entender el comportamiento de las formulaciones en función a los diferentes parámetros que inciden en la resistencia a cortante para HRFA, para esto se ha graficado en el eje vertical la relación V_{exp}/V_{teo} y en el eje horizontal las variables en orden ascendente.

En la Figura 39 se compara el comportamiento de los modelos en función al parámetro a/d cuando este es menor a 2.5, donde se puede notar que en la predicción MC2010 tiene los puntos más altos de V_{exp}/V_{teo} siendo la más conservadora, sin embargo a medida que aumenta la relación a/d se aprecia una tendencia muy decreciente y que se acerca a la unidad, MASM + FIBRAS en este tramo se mantiene en el lado de la seguridad casi sin afectación por el aumento de a/d , N&D presenta un ligero crecimiento por el lado conservador.

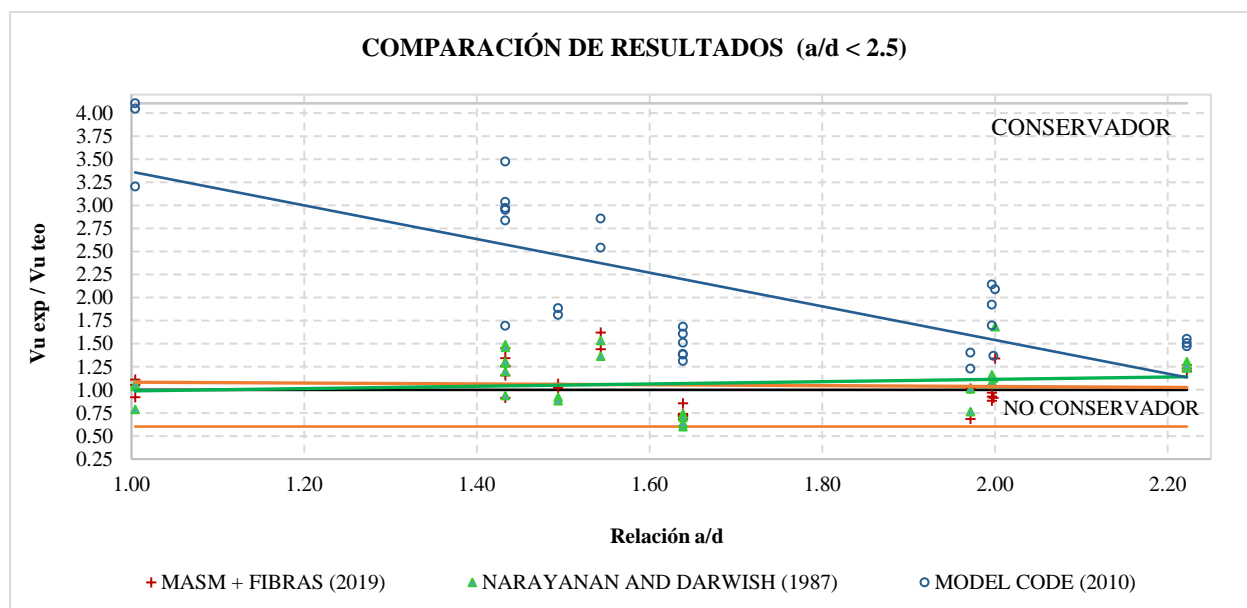


Figura 39: Comparación de Resultados en función a la relación $a/d < 2.5$.

En la Figura 40 se indica el comportamiento cuando se tiene relaciones $a/d \geq 2.5$, mostrando que el MC2010 y N&D tienen comportamientos similares con tendencias crecientes por el lado seguro, mientras que el MASM + FIBRAS presenta una ligera reducción.

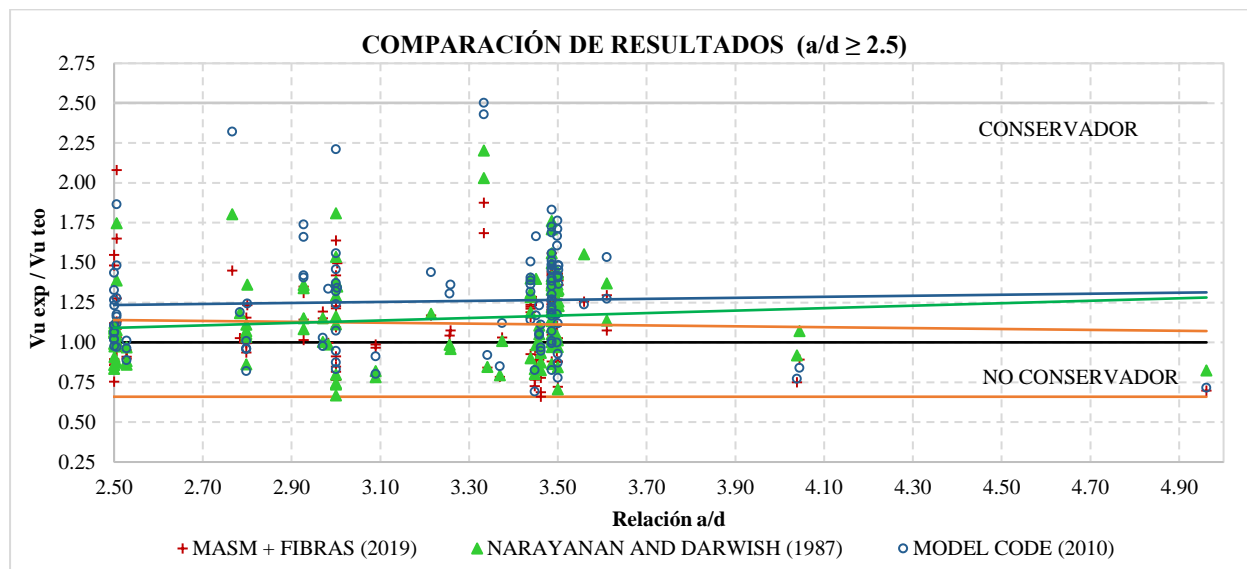


Figura 40: Comparación de Resultados en función a la relación $a/d \geq 2.5$.

La Figura 41 tiene como objetivo evaluar los modelos en función a la resistencia característica a compresión (f_{ck}), se puede apreciar que la predicción MASM + FIBRAS y N&D muestran un ligero incremento por el lado de la seguridad, lo que indica que las variaciones de la resistencia a compresión no genera mayores modificaciones en la predicción, al contrario de lo que presenta el MC2010 pues a medida que hay un incremento de la resistencia el modelo se vuelve más conservador.

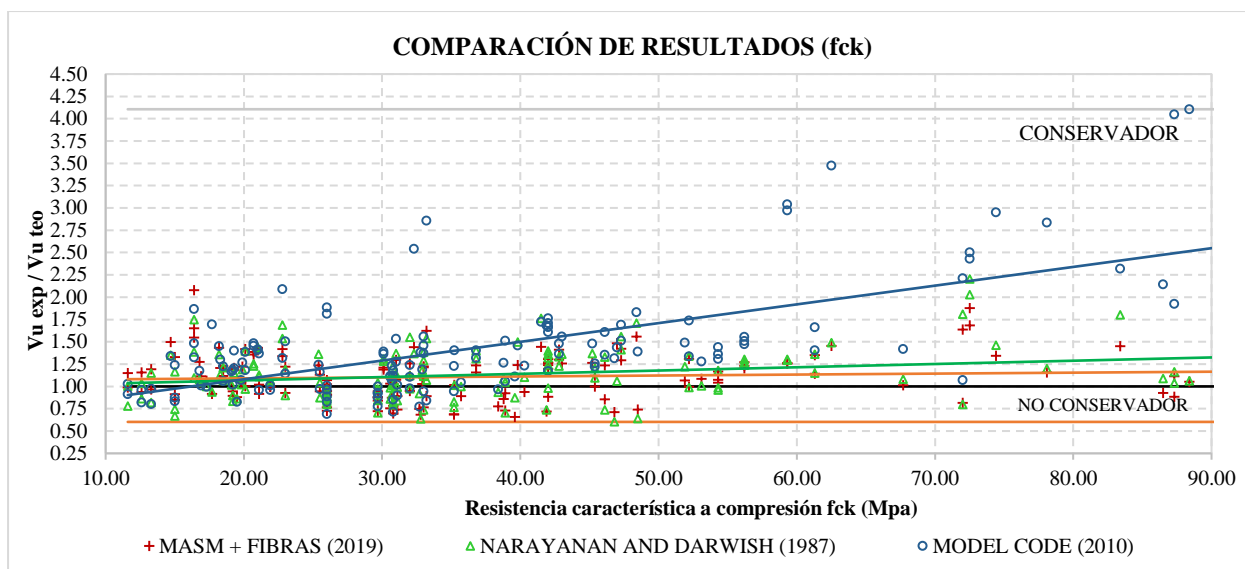


Figura 41: Comparación de Resultados en función a la resistencia característica (f_{ck}).

En la Figura 42 se realiza un comparación según la altura efectiva (d), donde se puede notar que para bajos valores de d el MC2010 es conservador en comparación a los otros modelos, pese a ello las tres predicciones tienden a ser más precisas a medida que la altura efectiva crece. El MASM + FIBRAS y N&D tienen una mínima reducción acercándose a la unidad.

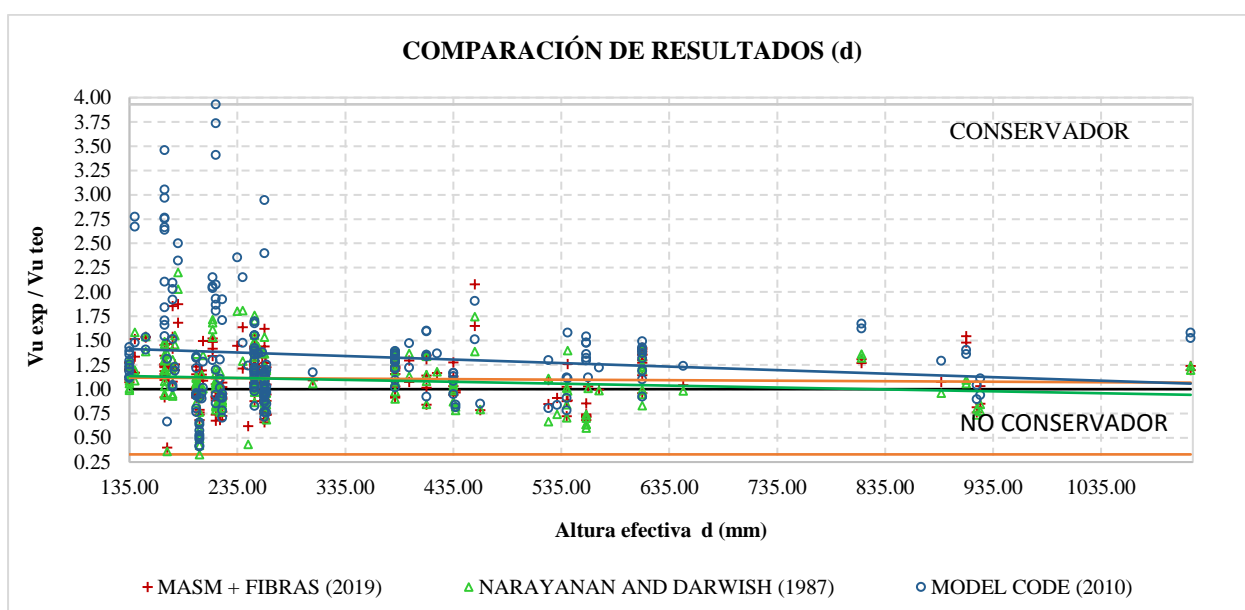


Figura 42: Comparación de Resultados en función a la altura efectiva (d).

La Figura 43 muestra el comportamiento de las predicciones según la cuantía de refuerzo longitudinal a tracción (ρ_l), el MC2010 y N&D presentan tendencias más conservadoras al aumentar la cuantía, a diferencia de MASM + FIBRAS que no se ve afectado.

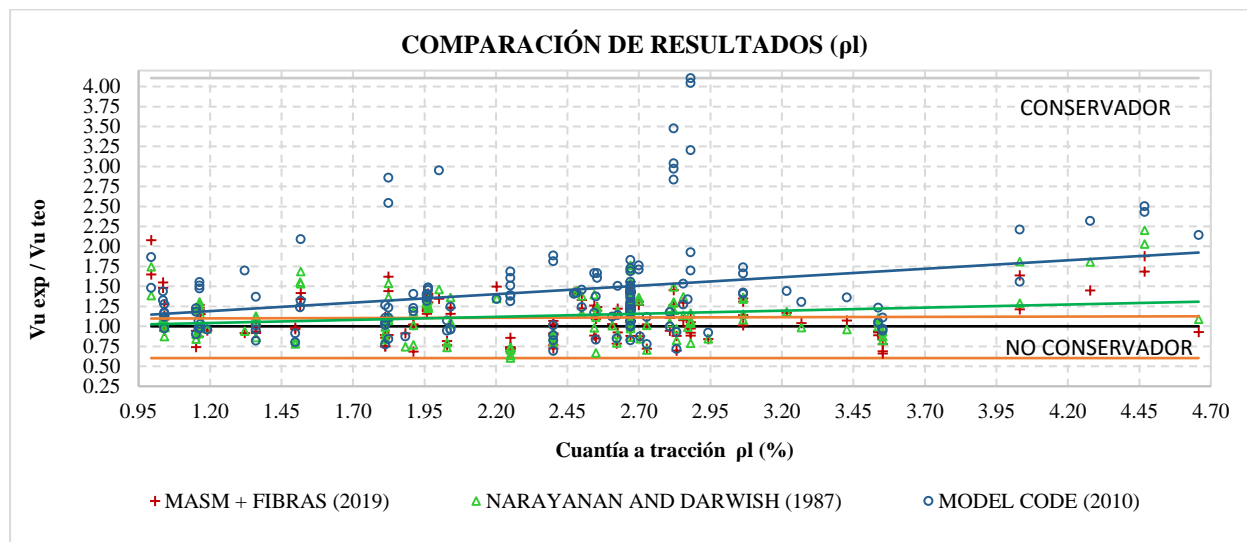


Figura 43: Comparación de Resultados en función a la cuantía a tracción (ρ_l).

En función al volumen de fibras, como se muestra en la Figura 44, el MC2010 con el incremento de fibras es más conservador mientras que por otro lado el modelo MASM + FIBRAS y N&D no sufren grandes cambios con la variación de este parámetro.

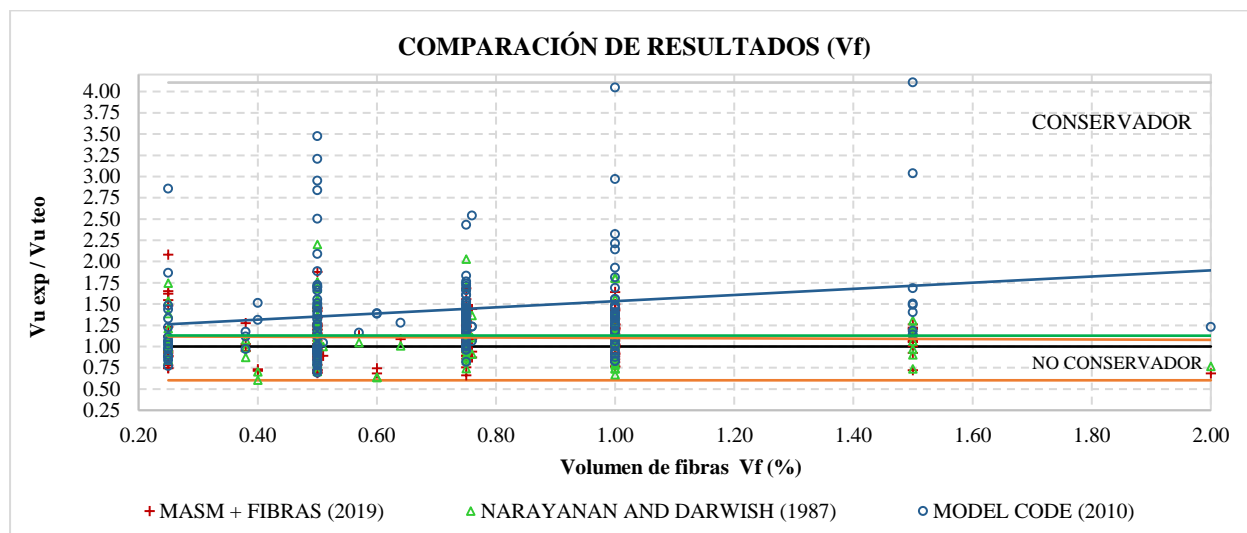


Figura 44: Comparación de Resultados en función al volumen de fibras (V_f).

6 CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

6.1 CONCLUSIONES

El hormigón reforzado con fibras de acero se ha convertido en un material con mucho potencial para ser aplicado en el sector de la construcción y con un futuro amplio en el campo de la investigación, debido a sus prometedoras propiedades y efectivo comportamiento. Sin embargo la falta de consenso de criterios y propuestas en el momento de predecir la resistencia a cortante repercute en la existencia de varios modelos para predicción, mismos que en la práctica entregan diferentes resultados, conduciendo a inquietudes.

En este trabajo de fin de máster las 16 propuestas de predicción, provenientes de: ajustes experimentales, normativas, guías de diseño, algoritmos evolutivos y modelos mecánicos, han sido estudiadas por medio de una base de datos recopilada de 25 investigaciones. Con 150 vigas rectangulares de hormigón con fibras de acero y sin armadura transversal, que han fallado a cortante, se ha realizado la comparación entre el corte experimental versus el corte teórico (V_{exp}/V_{teo}) mediante tres formas: la primera mediante un análisis estadístico, la segunda usando el método “Demerit Points Classification” de Collins, y la tercera por medio de gráficas con el coeficiente de determinación (R^2).

En base a este TFM se presentan las siguientes conclusiones:

- El MASM+FIBRAS es un modelo basado en los principios de la mecánica de estructuras, presenta una media y un coeficiente de variación de la relación V_{exp}/V_{teo} de 1.11 y 23,07% respectivamente, seguido de la predicción semi empírica de NARAYANAN Y DARWISH con una media de 1.13 y *C. O. V.* igual a 24.74% , siendo los modelos de mejor comportamiento y los más competitivos en este estudio, los valores de dispersión son aceptables debido a la complejidad del cortante y a los parámetros que intervienen en el análisis, e incluso a la propia dispersión que presenta el hormigón convencional.
- Basado en la clasificación de Collins la predicción que presenta el puntaje más bajo y por lo tanto la mejor según este método es el MASM+FIBRAS con 49 puntos. Para efecto de predicción, en el límite entre 0.85 y 1.30 que corresponde a la seguridad apropiada, los modelos con mayores porcentajes de muestras en este rango es el MASM+FIBRAS con 66% y NARAYANAN Y DARWISH con 57%.

- Las formulaciones de: DBV, RILEM, EHE-08, MC2010 presentan medias de la relación V_{exp}/V_{teo} de 1.67, 1.39, 1.38 y 1.43 respectivamente, valores que se encuentran por el lado de la seguridad y son muy conservadores, este hecho se puede deber a que sus expresiones están enfocadas al diseño de HRFA y no a la predicción de cortante. Por otro lado el modelo de KARA con algoritmo evolutivo resultó ser la más peligrosa para la base de datos analizada; con una puntuación de 214 según Collins y con un coeficiente de determinación (R^2) de 0.74, es la más imprecisa de todas las propuestas. Se recomienda tener cuidado con los modelos realizados con GEP por las grandes dispersiones que pueden presentar.
- La mayoría de modelos están enfocados a predecir valores de resistencia a cortante para hormigón reforzado con fibras de acero, siendo escasas las predicciones que incluyen fibras compuestas por otro material. Sin embargo formulaciones como el MASM+FIBRAS pueden entregar información sobre la física del problema y sobre todo ayudar a resolver casos no comunes con métodos racionales, convirtiéndolo en una de las pocas formulaciones con la capacidad para calcular la resistencia con otra naturaleza de fibras.
- El comportamiento de las formulaciones es ideal cuando aún con la variabilidad de parámetros que intervienen en la resistencia a cortante como: la relación a/d , la altura efectiva (d), refuerzo longitudinal (ρ_l), volumen de fibras (V_f), y la resistencia a compresión del hormigón (f_{cm}); las propuestas mantienen tendencias constantes en la relación V_{exp}/V_{teo} , entregando predicciones apropiadas sin importar la magnitud de dichas variables.
- Una buena elección de las características geométricas, mecánicas y adecuada dosificación permite que las fibras en el hormigón sean capaz de proporcionar, control de fisuración, redistribución de esfuerzos, ductilidad, aumento en la resistencia a tracción, flexotracción y cortante; propiedades importantes, que pueden derivar en diseños de elementos de hormigón con alta calidad; a más de contribuir en aspectos técnicos en campo como reducción de costos y tiempos de construcción.

6.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Una vez realizado el presente trabajo, surgen futuras líneas de investigación que se listan a continuación:

- Incluir a la base de datos campañas experimentales que dispongan de ensayos con sección “T” o “I”, pues este estudio solo considera secciones rectangulares, adicionalmente se puede analizar a los modelos con otra forma geométrica de fibra de acero para convalidar resultados.
- Extender el estudio, analizando el comportamiento de las formulaciones en vigas continuas por medio de campañas experimentales o modelos computacionales.
- Analizar otros modelos para predicción de cortante como: Cracked Membrane Model (CCM), Critical Shear Crack Theory (CSCT) o el Modified Compression Field Theory (MCFT) que disponen de formulaciones con inclusión de fibras, ampliando la comparación con el Multi Action Shear Model y su extensión (MASM+FIBRAS).

REFERENCIAS

- [1] A. Marí, J. Bairán, A. Cladera, E. Oller, and C. Ribas, "Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams," *Struct. Infrastruct. Eng.*, pp. 1399–1419, 2014.
- [2] A. R. Marí, N. Spinella, A. Recupero, and A. Cladera, "Mechanical model for the shear strength of steel fibers reinforced concrete beams (SFRC) without stirrups," pp. 1–9, 2019.
- [3] J. P. Romualdi and J. A. Mandel, "Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed and closely spaced short lengths of wire reinforcement," *J. Am. Concr. Inst.*, vol. 61, pp. 657–670, 1964.
- [4] ACI Committee 544, "544 . 4R-18 : Guide for Design with Fiber-Reinforced Concrete," *ACI 544.4R-18*, pp. 1–33, 2018.
- [5] ACI Committee 544, "Report on the physical properties and durability of fiber-reinforced concrete," in *First Printing*, 2010, p. 2.
- [6] EHE-08, "Instrucción del hormigón estructural EHE-08." pp. 607–624, 2008.
- [7] D. J. Hannant, "Fiber cements and fiber concretes," *Wiley-interscience*, p. 219, 1978.
- [8] E. M. Almansa and M. F. Canovas, "Dosificación de hormigón reforzado con fibras de acero," *Mater. Construcción*, vol. 47, no. c, pp. 247–268, 2007.
- [9] ACI Committee 544, "Report on fiber reinforced concrete," in *ACI 544.1 R-96*, 2009, pp. 2–68.
- [10] A. Marí, A. Cladera, J. Bairán, E. Oller, and C. Ribas, "Un modelo unificado de resistencia a flexión y cortante de vigas esbeltas de hormigón armado bajo cargas puntuales y repartidas," *Hormigón y Acero*, vol. 65, no. 274, pp. 247–265, 2014.
- [11] H. Dinh, G. Parra-Montesinos, and J. Wight, *Shear Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement*, vol. 107. 2010.
- [12] T. Y. Lim, P. Paramasivam, and S. L. Lee, "Shear and moment capacity of reinforced steel-fibre-concrete beams," *Mag. Concr. Res.*, vol. 39, no. 140, pp. 148–160, 1987.
- [13] M. . Mansur, K. C. . Ong, and P. Paramasivam, "Shear strength of fibrous concrete beams without stirrups," *J. Struct.*, vol. 112(9), pp. 2066–2078, 1986.
- [14] P. Adebar, S. Mindess, D. St.-Pierre, and B. Olund, "Shear Tests of Fiber Concrete Beams Without Stirrups," 1992.
- [15] S. A. Ashour, G. S. Hasanain, and F. F. Wafa, "Shear behavior of high-strength fiber reinforced concrete beams," *ACI Struct. J.*, vol. 89(2), pp. 176–184, 1992.
- [16] V. C. Li, R. Ward, and A. M. Hamza, "Steel and synthetic fibers as shear reinforcement," *ACI Mater. J.*, vol. 89, no. 5, pp. 499–508, 1992.
- [17] K. Noghabai, "Beams of fibrous concrete in shear and bending: experiment and model," *J. Struct. Eng.*, vol. 126, no. 2, pp. 243–251, 2000.
- [18] B. Barragán, "Failure and toughness of steel fiber reinforced concrete under tension and shear," 2002.
- [19] Y.-K. Kwak, M. O. Eberhard, and J. K. Kim, "Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups," *ACI Struct. J.*, vol. 99, no. S55, pp. 530–537, 2010.
- [20] S.-H. Cho and Y.-I. Kim, "Effects of Steel Fibers on Short Beams Loaded in Shear," *ACI Struct. J.*, vol. 100, no. 6, 2003.
- [21] D. Dupont and L. Vandewalle, *Shear capacity of concrete beams containing longitudinal reinforcement and steel fibers*. 2003.

-
- [22] J. Rosenbusch and M. Teutsch, "Shear Design with stress – deformation Method," *RILEM TC 162-TDF Work. Test Des. methods Steel Fibre Reinf. Concr.*, pp. 105–117, 2003.
 - [23] C. Cucchiara, L. La Mendola, and M. Papia, "Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 26, no. 7, pp. 777–786, 2004.
 - [24] H. Aoude, M. Belghiti, W. D. Cook, and D. Mitchell, "Response of steel fiber-reinforced concrete beams with and without stirrups," *ACI Struct. J.*, vol. 109, no. 3, pp. 359–367, 2012.
 - [25] A. Shoaib, A. S. Lubell, and V. S. Bindiganavile, "Shear in steel fiber reinforced concrete members without stirrups," *Struct. Eng.*, vol. 294, pp. 1–357, 2012.
 - [26] F. Minelli and G. A. Plizzari, "On the effectiveness of steel fibers as shear reinforcement," *ACI Struct. J.*, vol. 110, no. 3, pp. 379–389, 2013.
 - [27] D. R. Sahoo and A. Sharma, "Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups," *ACI Struct. J.*, vol. III, no. 5, pp. 1157–1165, 2014.
 - [28] B. Singh and K. Jain, "Appraisal of steel fibers as minimum shear reinforcement in concrete beams," *ACI Struct. J.*, vol. 111, no. 5, pp. 1191–1202, 2014.
 - [29] T. Tahenni, M. Chemrouk, and T. Lecompte, "Effect of steel fibers on the shear behaviour of high strength concrete beams," *Constr. Build. Mater.*, vol. 105, pp. 14–28, 2016.
 - [30] R. M. Anand, S. S., and B. Sylviya, *Shear strength of high – Strength steel fibre reinforced concrete rectangular beams*, vol. 8. 2017.
 - [31] G. Arslan, R. S. O. Keskin, and S. Ulusoy, "An experimental study on the shear strength of SFRC beams without stirrups," *J. Theor. Appl. Mech.*, vol. 55, pp. 1205–1217, 2017.
 - [32] M. R. Zarrinpour and S. H. Chao, "Shear strength enhancement mechanisms of steel fiber-reinforced concrete slender beams," *ACI Struct. J.*, vol. 114, no. 3, pp. 729–742, 2017.
 - [33] A. A. Hameed and M. H. Al-Sherrawi, "Influence of steel fiber on the shear strength of a concrete beam," *Civ. Eng. J.*, vol. 4, no. 7, pp. 1501–1509, 2018.
 - [34] M. A. Qissab and M. M. Salman, "Shear strength of non-prismatic steel fiber reinforced concrete beams without stirrups," *Struct. Eng. Mech.*, vol. 67, no. 4, pp. 347–358, 2018.
 - [35] D. Y. Yoo, Y. S. Yoon, and N. Banthia, "Flexural response of steel-fiber-reinforced concrete beams: Effects of strength, fiber content, and strain-rate," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 64, pp. 84–92, 2015.
 - [36] A. K. Sharma, "Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams," *J. Proc.*, vol. 83, no. 4, 1986.
 - [37] R. Narayanan and I. Y. S. Darwish, "Use of steel fibers as shear reinforcement," *ACI Struct. J.*, vol. 84(3), pp. 216–227, 1987.
 - [38] J.-G. O. Sung-Woo Shin and S. K. Ghosh, "Shear behavior of laboratory-sized high-strength concrete beams reinforced with bars and steel fibers," *ACI Symp. Publ.*, vol. 142.
 - [39] M. Khuntia, B. Stojadinovi, and S. C. Goel, "Shear strength of normal and high-strength fiber reinforced concrete beams without stirrups," *Struct. J.*, vol. 96, no. 2, 1999.
 - [40] H. H. Dinh, G. J. Parra-Montesinos, and J. K. Wight, "Shear strength model for steel fiber reinforced concrete beams without stirrup reinforcement," *J. Struct. Eng.*, vol. 137, no. 10, pp. 1039–1051, 2011.
 - [41] G. Arslan, "Shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) slender beams," *KSCE J. Civ. Eng.*, vol. 18, no. 2, pp. 587–594, 2014.
 - [42] R. N. Swamy and S. A. Al-Ta'an, "Deformation and Ultimate Strength in Flexure of Reinforced Concrete Beams Made With Steel Fiber Concrete.," *J. Am. Concr. Inst.*, vol. 78,
-

- no. 5, pp. 395–405, 1981.
- [43] R. N. Swamy, C. V. S. K. Rao, and P. S. Mangat, “The mechanics of fiber reinforcement of cement matrices,” *Spec. Publ.*, vol. 44, 1974.
 - [44] T. C. Zsutty, “Beam shear strength prediction by analysis of existing data,” *ACI J. Proc.*, vol. 65(11), pp. 943–951, 1968.
 - [45] I. F. Kara, “Empirical modeling of shear strength of steel fiber reinforced concrete beams by gene expression programming,” *Neural Comput. Appl.*, vol. 23, no. 3–4, pp. 823–834, 2013.
 - [46] M. S. Islam, “Simplified shear-strength prediction models for steel-fibre-reinforced concrete beams,” *Proc. Inst. Civ. Eng. - Constr. Mater.*, pp. 1–13, 2018.
 - [47] X. Xue, X. Hua, and J. Zhou, “Test and prediction of shear strength for the steel fiber-reinforced concrete beams,” *Adv. Mech. Eng.*, vol. 11, no. 4, pp. 1–14, 2019.
 - [48] G. Society, *DBV-Guide to good practice - steel fibre concrete*. 2001.
 - [49] R. T. 162-TDF, “Test and design methods for steel fibre reinforced concrete,” *Mater. Struct.*, vol. 36, no. 262, pp. 560–567, 2003.
 - [50] International Federation for Structural Concrete, “Model Code 2010,” in *First complete draft - Volumen I*, no. fib Bulletin 55, 2010.
 - [51] CNR-DT 204, “Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Strutture Fibrorinforzato,” Consiglio Nazionale delle Ricerche, Ed. Italia, 2006.
 - [52] F. Minelli, “Plain and fiber reinforced concrete beams under shear loading: structural behaviour and design aspects,” University of Trento, Italy, 2005.
 - [53] A. Blanco Álvarez, “Characterization and Modelling of SFRC Element,” 2013.
 - [54] J. A. O. Barros and S. J. Foster, “An integrated approach for predicting the shear capacity of fibre reinforced concrete beams,” *Eng. Struct.*, vol. 174, pp. 346–357, 2018.
 - [55] A. Marí, A. Cladera, C. Ribas, E. Oller, and J. Bairán, “Simplified Multi-Action Shear Model for plain or steel fibre reinforced concrete beams longitudinally reinforced with steel or FRP bars,” *Towar. a Ration. Underst. Shear beams slabs - fib Bull.* 85, pp. 260–273, 2018.
 - [56] A. Marí, A. Cladera, J. Bairán, E. Oller, and C. Ribas, “Shear - flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams subjected to point or distributed loads,” *Front. Struct. Civ. Eng.*, vol. 8, no. 4, pp. 337–353, 2014.
 - [57] Z. P. Bazant and Q. Yu, “Size Effect in Fracture of Concrete Specimens and Structures : New Problems and Progress,” *Acta Polytech.*, vol. 44, no. 5/6, pp. 7–15, 2004.
 - [58] E. O. L. Lantsoght, “Database of shear experiments on steel fiber reinforced concrete beams without stirrups,” *Materials (Basel)*, vol. 16, no. 6, pp. 1–36, 2019.
 - [59] A. Conforti, F. Minelli, and G. A. Plizzari, “Influence of width-to-effective depth ratio on shear strength of reinforced concrete elements without web reinforcement,” *ACI Struct. J.*, vol. 114, no. 4, pp. 995–1006, 2017.
 - [60] Z. P. Bazant and J. K. Kim, “Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams,” *J. Am. Concr. Inst.*, vol. 81, no. 5, pp. 456–468, 1984.
 - [61] P. R. Gupta and M. P. Collins, “Evaluation of shear design procedures for reinforced concrete members under axial compression,” *ACI Struct. J.*, vol. 98, no. 4, pp. 537–547, 2001.

ANEJO 1

Dentro de la información del Anejo 1 se presenta la base datos de ensayos a cortante de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero. Indicando las propiedades geométricas y mecánicas de las vigas, mostrando así:

- (L_{span}) longitud del vano libre (mm)
- (b) ancho de viga (mm)
- (h) canto total (mm)
- (d) altura efectiva (mm)
- (a) distancia del apoyo al punto de aplicación de la carga (mm)
- (a/d) relación adimensional entre el vano de corte y la profundidad
- (f_{cm}) resistencia a las compresión (MPa)
- (T_{ma}) tamaño máximo del agregado
- (ρ_l) cuantía de acero longitudinal a tracción en porcentaje (%)
- (Vu_{exp}) cortante último alcanzado en el ensayo (kN)

Y para el caso de las fibras se indica:

- (V_f) volumen (%)
- (l_f) longitud (mm)
- (D_f) diámetro (mm)

El modo de fallo de los elementos se los considera dentro de la siguiente nomenclatura: corte (S), tensión diagonal (DT), cortante compresión (SC), combinación de corte y flexión ($S - F$), diferentes combinaciones entre: corte, tensión diagonal, compresión, flexión ($S *$) y flexión (F).

BASE DE DATOS DE ENSAYOS A CORTANTE DE VIGAS DE HRFA

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
Adebar et al. [14]																
1	1	FC2	1500	150	610	558	914	1.64	54	14	2.25	0.75	30	0.51	276	S
2	2	FC3	1500	150	610	558	914	1.64	50	14	2.25	1.50	30	0.51	324	S
3	3	FC8	1500	150	610	558	914	1.64	55	14	2.25	0.40	30	0.51	204	S
4	4	FC9	1500	150	610	558	914	1.64	57	14	2.25	0.60	30	0.51	232	S
5	5	FC10	1500	150	610	558	914	1.64	47	14	2.25	0.40	50	0.51	247	S
6	6	FC11	1500	150	610	558	914	1.64	41	14	2.25	0.60	50	0.51	237	S
Anand et al. [30]																
7		SH1	2000	140	220	175	263	1.50	82	12	1.28	0.50	36	0.45	118	S
8		SH2	2000	140	220	175	263	1.50	83	12	1.28	1.00	36	0.45	155	S
9		SH3	2000	140	220	175	263	1.50	84	12	1.28	1.50	36	0.45	186	S
10		SH4	2000	140	220	175	438	2.50	82	12	1.28	0.50	36	0.45	63	S
11		SH5	2000	140	220	175	438	2.50	83	12	1.28	1.00	36	0.45	79	S
12		SH6	2000	140	220	175	438	2.50	84	12	1.28	1.50	36	0.45	135	S
Aoude et al. [24]																
13	7	A0.5%	1700	150	250	202	600	2.97	21	10	1.17	0.50	30	0.55	48	S
14	8	A1%	1700	150	250	202	600	2.97	20	10	1.17	1.00	30	0.55	57	S
15	9	B0.5%	3700	300	500	437	1350	3.09	21	10	1.50	0.50	30	0.55	154	S
16	10	B1%	3700	300	500	437	1350	3.09	20	10	1.50	1.00	30	0.55	198	S
Arslan et al. [31]																
17		A2.5F1.0A	1000	150	230	200	500	2.50	34	22	1.34	1.00	30	0.55	65	S
18		A2.5F1.0b	1000	150	230	200	500	2.50	25	22	1.34	1.00	30	0.55	44	S
19		A2.5F2.0	1000	150	230	200	500	2.50	21	22	1.34	2.00	30	0.55	50	S
20		A2.5F3.0	1000	150	230	200	500	2.50	10	12	1.34	3.00	30	0.55	39	S
21		A3.5F1.0	1400	150	230	200	700	3.50	20	22	1.34	1.00	30	0.55	33	S
22		A3.5F2.0	1400	150	230	200	700	3.50	21	22	1.34	2.00	30	0.55	43	S

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
23		A3.5F3.0	1400	150	230	200	700	3.50	28	12	1.34	3.00	30	0.55	59	S
24		A4.5F1.0	1800	150	230	200	900	4.50	25	22	1.34	1.00	30	0.55	43	S
25		A4.5F2.0	1800	150	230	200	900	4.50	21	22	1.34	2.00	30	0.55	35	S-F
Ashour et al. [15]																
26	11	B-1-0.5-A	930	125	250	215	216	1.00	99	10	2.88	0.50	60	0.79	244	S
27	12	B-2-0.5-A	1360	125	250	215	429	2.00	99	10	2.88	0.50	60	0.79	130	S
28	13	B-1-1.0-A	930	125	250	215	216	1.00	95	10	2.88	1.00	60	0.79	342	S
29	14	B-2-1.0-A	1360	125	250	215	429	2.00	95	10	2.88	1.00	60	0.79	163	S
30	15	B-1-1.5-A	930	125	250	215	216	1.00	96	10	2.88	1.50	60	0.79	375	S
31		B-2-1.5-A	1360	125	250	215	429	2.00	97	10	2.88	1.50	60	0.79	194	S
32	16	B-2-1.0-M	1360	125	250	215	429	2.00	95	10	4.66	1.00	60	0.79	181	S
33		B-4-0.5-A	2220	125	250	215	861	4.00	95	10	2.88	0.50	60	0.80	61	S
34		B-4-1.5-A	2220	125	250	215	861	4.00	97	10	2.88	1.50	60	0.80	94	S
35		B-4-1.0-M	2220	125	250	215	861	4.00	94	10	4.66	1.00	60	0.80	104	S
Barragán [18]																
36	17	SFRC 20 X 30 S1	2000	200	300	260	910	3.50	38	25	2.83	0.50	60	0.90	103	S
37	18	SFRC 20 X 45 S1	3300	200	450	410	1370	3.34	38	25	2.94	0.50	60	0.90	145	S
38	19	SFRC 20 X 60 S1	4500	200	600	540	1890	3.50	38	25	2.73	0.50	60	0.90	153	S
39	20	SFRC 20 X 30 S2	2000	200	300	260	1290	4.96	39	25	2.83	0.50	60	0.90	80	S
40	21	SFRC 20 X 50 S2	3400	200	500	460	1550	3.37	39	25	2.62	0.50	60	0.90	148	S
41	22	SFRC 20 X 60 S2	4500	200	600	540	1890	3.50	39	25	2.73	0.50	60	0.90	222	S
Cho y Kim [20]																
42	23	F30-0.5-13	720	120	200	167.5	240	1.43	26	13	1.32	0.50	36	0.60	61	S
43		F30-1.0-13	720	120	200	167.5	240	1.43	25	13	1.32	1.00	36	0.60	79	S-F
44		F30-1.5-13	720	120	200	167.5	240	1.43	24	13	1.32	1.50	36	0.60	84	S-F
45		F50-0.5-13	720	120	200	167.5	240	1.43	58	13	1.32	0.50	36	0.60	95	S-F
46		F60-1.0-13	720	120	200	167.5	240	1.43	62	13	1.32	1.00	36	0.60	103	S-F
47	24	F70-0.5-19	720	120	200	167.5	240	1.43	71	13	2.82	0.50	36	0.60	179	S
48	25	F70-1.0-19	720	120	200	167.5	240	1.43	67	13	2.82	1.00	36	0.60	170	S

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
49	26	F70-1.5-19	720	120	200	167.5	240	1.43	67	13	2.82	1.50	36	0.60	187	S
50	27	F80-0.5-16	720	120	200	167.5	240	1.43	82	13	2.00	0.50	36	0.60	158	S
51		F80-1.0-16	720	120	200	167.5	240	1.43	81	13	2.00	1.00	36	0.60	163	S-F
52	28	F80-0.5-19	720	120	200	167.5	240	1.43	86	13	2.82	0.50	36	0.60	154	S
53		F80-1.0-19	720	120	200	167.5	240	1.43	89	13	2.82	1.00	36	0.60	171	S-F
Cucchiara et al. [23]																
54	29	A10	2300	150	250	219	610	2.78	41	10	1.91	1.00	30	0.51	96	S
55		A20	2300	150	250	219	610	2.78	41	10	1.91	2.00	30	0.51	103	S
56	30	B10	2300	150	250	219	432	1.97	43	10	1.91	1.00	30	0.51	115	S
57	31	B20	2300	150	250	219	432	1.97	43	10	1.91	2.00	30	0.51	116	S
Dupont y Vanderwalle [21]																
58	32	2	1800	200	300	260	900	3.46	46	14	3.55	0.25	60	0.50	110	S
59	33	3	1800	200	300	260	900	3.46	43	14	3.55	0.50	60	0.50	120	S
60	34	4	1800	200	300	260	900	3.46	48	14	3.55	0.75	60	0.50	155	S
61	35	17	2300	200	300	262	650	2.48	39	14	1.15	0.25	60	0.50	83	S
62		18	2300	200	300	262	650	2.48	39	14	1.15	0.75	60	0.50	108	S
63	36	20	2300	200	300	260	650	2.50	39	14	1.81	0.25	60	0.50	108	S
64	37	21	2300	200	300	260	650	2.50	39	14	1.81	0.75	60	0.50	144	S
65	38	23	2300	200	300	260	1050	4.04	41	14	1.81	0.25	60	0.50	83	S
66		24	2300	200	300	260	1050	4.04	42	14	1.81	0.75	60	0.50	117	S
67	39	26	2300	200	300	262	650	2.48	27	14	1.15	0.25	50	0.50	100	S
68	40	27	2300	200	300	262	650	2.48	27	14	1.15	0.75	50	0.50	120	S
69	41	29	2300	200	300	260	650	2.50	27	14	1.81	0.25	50	0.50	100	S
70	42	30	2300	200	300	260	650	2.50	27	14	1.81	0.75	50	0.50	120	S
71		31	2300	200	300	262	650	2.48	47	14	1.15	0.50	60	0.50	130	S
72	43	32	2300	200	300	260	650	2.50	47	14	1.81	0.50	60	0.50	158	S
73		33	2300	200	300	262	650	2.48	45	14	1.15	0.50	50	0.50	148	S
74		41	3250	200	350	305	750	2.46	34	14	1.03	0.57	60	0.50	162	S

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
Hameed y Al-Sherrawi [33]																
75	44	B02-SF0.5-SH	1800	150	200	177	630	3.56	40	10	1.51	0.50	50	1.05	65	DT
76		B03-SF0.75-SH	1800	150	200	177	630	3.56	40	10	1.51	0.75	50	1.05	70	DT
Kwak et al. [19]																
77		FHB2-2	1248	125	250	212	424	2.00	64	19	1.52	0.50	50	0.80	135	S-F
78		FHB3-2	1248	125	250	212	424	2.00	69	19	1.52	0.75	50	0.80	144	S-F
79	45	FNB2-2	1548	125	250	212	424	2.00	31	19	1.52	0.50	50	0.80	107	S
80	46	FNB2-3	1972	125	250	212	636	3.00	31	19	1.52	0.50	50	0.80	68	S
Li et al.[16]																
81	47	1	1219.2	127	229	203	610	3.00	23	0	2.20	1.00	30	0.51	79	S
82		2	1219.2	127	229	203	610	3.00	26	0	2.20	1.00	50	0.51	79	S
Lim et al. [32]																
83	48	2/0.5/2.5	2100	152	254	221	559	2.53	34	10	1.19	0.50	30	0.51	58	S
84	49	4/0.5/2.5	2100	152	254	221	559	2.53	34	10	2.40	0.50	30	0.51	63	S
85	50	4/0.5/3.5	2100	152	254	221	762	3.45	34	10	2.40	0.50	30	0.51	49	S
86	51	4/1.0/2.5	2100	152	254	221	559	2.53	34	10	2.40	1.00	30	0.51	82	S
87	52	4/1.0/3.5	2100	152	254	221	762	3.45	34	10	2.40	1.00	30	0.51	67	S
88	53	4/0.5/1.5	1600	152	254	221	330	1.49	34	10	2.40	0.50	30	0.51	134	S
89	54	4/1.0/1.5	1600	152	254	221	330	1.49	34	10	2.40	1.00	30	0.51	147	S
Mansur et al.[13]																
90	55	B1 M	1287.4	150	229	197	394	2.00	29	20	1.36	0.50	30	0.50	75	SC
91	56	B2 M	1602.36	150	229	197	551	2.80	29	20	1.36	0.50	30	0.50	53	SC
92		B3 M	1917.32	150	229	197	709	3.60	29	20	1.36	0.50	30	0.50	45	DT
93		C1 M	1287.4	150	229	197	394	2.00	30	20	1.36	0.75	30	0.50	85	SC
94	57	C2 M	1602.36	150	229	197	551	2.80	30	20	1.36	0.75	30	0.50	60	SC
95	58	C6 M	1602.36	150	229	197	551	2.80	30	20	2.04	0.75	30	0.50	65	SC
96	59	E2 M	1602.36	150	229	197	551	2.80	21	20	1.36	0.75	30	0.50	45	SC
97	60	E3 M	1602.36	150	229	197	551	2.80	21	20	2.04	0.75	30	0.50	60	SC
98	61	F3 M	1603.2	150	225	197	552	2.80	33	20	2.04	0.75	30	0.50	86	SC


#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
Minelli y Plizzari [26]																
99	62	NSC1-FRC 1	4350	200	480	435	1090	2.51	25	20	1.04	0.38	30	0.60	129	S
100	63	NSC2-FRC 1	4350	200	480	435	1090	2.51	34	20	1.04	0.38	50	1.00	115	S
101	64	NSC2-FRC 2	4350	200	480	435	1090	2.51	34	20	1.04	0.57	24	0.73	137	S
102	65	NSC3-FRC 1	4350	200	480	435	1090	2.51	39	20	1.04	0.38	30	0.60	136	S
103	66	HSC1-FRC 1	4350	200	480	435	1090	2.51	61	20	1.04	0.64	30	0.62	186	S-F
104	67	NSC4-FRC-500-1	2280	200	500	455	1140	2.51	24	15	0.99	0.25	50	1.00	194	S-F
105	68	NSC4-FRC-500-2	2280	200	500	455	1140	2.51	24	15	0.99	0.25	50	1.00	154	S
106	69	NSC4-FRC-1000	4550	200	1000	910	2275	2.50	24	20	1.04	0.25	50	1.00	247	S
107	70	HSC2-FRC-1000	4550	200	1000	910	2275	2.50	55	20	1.04	0.25	50	1.00	328	S
Noghabai [17]																
108	71	HSC,I,S60/0.7/0.5	1200	200	250	180	600	3.33	81	16	4.47	0.50	60	0.70	252	S
109	72	HSC,I,S60/0.7/0.75	1200	200	250	180	600	3.33	81	16	4.47	0.75	60	0.70	262	S
110	73	HSC,II,S30/0.6	1300	200	300	235	650	2.77	91	16	4.28	1.00	30	0.60	310	S
111	74	HSC,III,S60/0.7/0.5 a	3000	200	500	410	1200	2.93	69	18	3.06	0.50	60	0.70	264	S
112	75	HSC,III,S60/0.7/0.5	3000	200	500	410	1200	2.93	69	18	3.06	0.50	60	0.70	312	S
113	76	HSC,III,S60/0.7/0.75	3000	200	500	410	1200	2.93	60	18	3.06	0.75	60	0.70	339	S
114	77	HSC,IV,S60/0.7/0.75	3000	200	500	410	1200	2.93	76	18	3.06	0.75	60	0.70	292	S
115	78	HSC,III,S60/0.7/0.75 b	5000	300	700	570	1700	2.98	60	18	2.87	0.75	60	0.70	509	S
Parra-Montesinos et al. [11]																
116	79	B18-1a	2136	152	455	381	1310	3.44	45	10	1.96	0.75	30	0.54	171	S*
117	80	B18-1b	2136	152	455	381	1310	3.44	45	10	1.96	0.75	30	0.54	160	S*
118	81	B18-2a	2136	152	455	381	1310	3.44	38	10	1.96	1.00	30	0.54	169	S*
119	82	B18-2b	2136	152	455	381	1310	3.44	38	10	1.96	1.00	30	0.54	172	S*
120	83	B18-3a	2136	152	455	381	1310	3.44	31	10	2.63	1.50	30	0.54	148	S*
121	84	B18-3b	2136	152	455	381	1310	3.44	31	10	2.63	1.50	30	0.54	196	S*
122		B18-3c	2136	152	455	381	1310	3.44	45	10	2.63	1.50	30	0.54	191	S*
123		B18-3d	2136	152	455	381	1310	3.44	45	10	2.63	1.50	30	0.54	189	S*

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
124		B18-5a	2136	152	455	381	1310	3.44	49	10	2.63	1.00	60	0.75	172	DT
125		B18-5b	2136	152	455	381	1310	3.44	49	10	2.63	1.00	60	0.75	218	S*
126		B18-7a	2136	152	455	381	1310	3.44	43	10	1.96	0.75	30	0.38	193	S*
127		B18-7b	2136	152	455	381	1310	3.44	43	10	1.96	0.75	30	0.38	189	S*
128	85	B27-1a	3558	205	685	610	2136	3.50	51	10	1.96	0.75	30	0.54	363	S*
129	86	B27-1b	3558	205	685	610	2136	3.50	51	10	1.96	0.75	30	0.54	335	DT
130	87	B27-2a	3558	205	685	610	2136	3.50	29	10	1.96	0.75	60	0.75	349	S*
131	88	B27-2b	3558	205	685	610	2136	3.50	29	10	1.96	0.75	60	0.75	341	DT
132		B27-3b	3558	205	685	610	2136	3.50	42	10	1.52	0.75	30	0.54	345	S*
133		B27-4a	3558	205	685	610	2136	3.50	30	10	1.52	0.75	60	0.75	265	S*
134		B27-4b	3558	205	685	610	2136	3.50	30	10	1.52	0.75	60	0.75	222	S*
135		B27-5	3558	205	685	610	2136	3.50	44	10	1.96	1.50	30	0.54	432	S*
136		B27-6	3558	205	685	610	2136	3.50	43	10	1.96	1.50	60	0.75	418	S*
Qissab y Salman [34]																
137		G1B2	1100	100	170	140	150	1.07	36	13	1.12	0.50	50	0.80	73	S
138		G1B3	1100	100	170	140	150	1.07	37	13	1.12	0.75	50	0.80	87	S
139		G1B5	1100	100	170	140	350	2.50	36	13	1.12	0.50	50	0.80	41	S
140		G2B5	1100	100	180	150	350	2.33	36	13	1.05	0.50	50	0.80	44	S
141		G2B6	1100	100	180	150	350	2.33	37	13	1.05	0.75	50	0.80	47	S
142		G3B1	1100	100	200	170	410	2.41	36	13	0.92	0.50	50	0.80	42	S
143		G3B2	1100	100	200	170	220	1.29	36	13	0.92	0.50	50	0.80	21	S
144		G3B3	1100	100	275	245	220	0.90	36	13	0.64	0.50	50	0.80	51	S
Rosenbusch y Teutsch [22]																
145	89	1.2/2	1948.32	200	300	260	899	3.46	47	10	3.54	0.25	60	0.89	110	S
146	90	1.2/3	1948.32	200	300	260	899	3.46	44	10	3.54	0.51	60	0.89	120	S
147	91	1.2/4	1948.32	200	300	260	899	3.46	48	10	3.54	0.76	60	0.89	155	S
148	92	2.2/2	952.64	200	300	260	401	1.54	41	10	1.82	0.25	60	0.89	280	S
149	93	2.2/3	952.64	200	300	260	401	1.54	40	10	1.82	0.76	60	0.89	300	S
150	94	2.3/2	1450.48	200	300	260	650	2.50	40	10	1.16	0.25	60	0.89	82	S

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
151	95	2.3/3	1450.48	200	300	260	650	2.50	39	10	1.16	0.76	60	0.89	107	S
152	96	2.4/2	1450.48	200	300	260	650	2.50	40	10	1.82	0.25	60	0.89	108	S
153	97	2.4/3	1450.48	200	300	260	650	2.50	39	10	1.82	0.76	60	0.89	144	S
154	98	2.6/2	2253.12	200	300	260	1052	4.04	41	10	1.82	0.25	60	0.89	82	S
155		2.6/3	2253.12	200	300	260	1052	4.04	40	10	1.82	0.76	60	0.89	117	S
156	99	20*30-SFRC-1	1968.64	200	300	260	909	3.50	38	10	2.81	0.50	60	0.89	111	S
157	100	20*30-SFRC-2	1968.64	200	300	260	909	3.50	39	10	2.81	0.50	60	0.89	132	S
158	101	20*60-SFRC-1	3929.52	200	600	540	1890	3.50	38	10	2.70	0.25	60	0.89	153	S
159	102	20*60-SFRC-2	3929.52	200	600	560	1890	3.37	39	10	2.61	0.50	60	0.89	230	S
Sahoo y Sharma [27]																
160		M20-S-0.75	1800	150	300	261	900	3.45	33	20	1.95	0.75	60	0.75	109	S
161		M20-S-1	1800	150	300	261	900	3.45	24	20	1.95	1.00	60	0.75	96	S
162		M20-S-1.25	1800	150	300	261	900	3.45	24	20	1.95	1.25	60	0.75	104	S
Shoaib et al. [25]																
163	103	N31	1548	310	308	258	774	3.00	23	10	2.50	1.00	30	0.55	210	S
164	104	N32	1440	310	308	240	720	3.00	41	10	4.03	1.00	30	0.55	280	S
165	105	H31	1548	310	308	258	774	3.00	41	10	2.50	1.00	30	0.55	277	S-F
166	106	H32	1440	310	308	240	720	3.00	80	10	4.03	1.00	30	0.55	458	S-F
167	107	N61	3186	300	600	531	1593	3.00	23	10	1.88	1.00	30	0.55	248	S
168	108	N62	3138	300	600	523	1569	3.00	23	10	2.55	1.00	30	0.55	238	S
169	109	H62	3138	300	600	523	1569	3.00	41	10	2.55	1.00	30	0.55	440	S
170		N10-1	5538	300	1000	923	2769	3.00	41	10	1.44	1.00	30	0.55	479	S
171	110	N10-2	5520	300	1000	920	2760	3.00	41	10	2.03	1.00	30	0.55	484	S
172		H10-1	5538	300	1000	923	2769	3.00	80	10	1.44	1.00	30	0.55	633	S
173	111	H10-2	5520	300	1000	920	2760	3.00	80	10	2.03	1.00	30	0.55	631	S
Singh y Jain [28]																
174	112	D-I	1470	150	300	251	875	3.49	28	13	2.67	0.75	35	0.55	113	S*
175	113	D-II	1470	150	300	251	875	3.49	25	13	2.67	0.75	35	0.55	79	S*
176	114	E-I	1470	150	300	251	875	3.49	28	13	2.67	1.00	35	0.55	109	S*

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
177	115	E-II	1470	150	300	251	875	3.49	26	13	2.67	1.00	35	0.55	123	S*
178	116	F-I	1470	150	300	251	875	3.49	28	13	2.67	1.50	35	0.55	111	S*
179	117	F-II	1470	150	300	251	875	3.49	27	13	2.67	1.50	35	0.55	131	S*
180	118	G-I	1470	150	300	251	875	3.49	28	13	2.67	0.50	60	0.75	65	S*
181	119	G-II	1470	150	300	251	875	3.49	25	13	2.67	0.50	60	0.75	77	S*
182	120	H-I	1470	150	300	251	875	3.49	28	13	2.67	0.75	60	0.75	91	S*
183	121	H-II	1470	150	300	251	875	3.49	27	13	2.67	0.75	60	0.75	102	S*
184	122	I-I	1470	150	300	251	875	3.49	26	13	2.67	1.00	60	0.75	116	S*
185	123	I-II	1470	150	300	251	875	3.49	27	13	2.67	1.00	60	0.75	105	S*
186	124	K-I	1470	150	300	251	875	3.49	53	13	2.67	0.75	35	0.55	113	DT*
187	125	K-II	1470	150	300	251	875	3.49	54	13	2.67	0.75	35	0.55	125	DT*
188	126	L-I	1470	150	300	251	875	3.49	53	13	2.67	1.00	35	0.55	144	DT*
189	127	L-II	1470	150	300	251	875	3.49	55	13	2.67	1.00	35	0.55	166	S*
190		P-I	1470	150	300	251	875	3.49	65	13	2.67	1.50	35	0.55	196	DT*
191	128	P-II	1470	150	300	251	875	3.49	60	13	2.67	1.50	35	0.55	160	S*
192	129	AA-I	1470	150	300	251	875	3.49	48	13	2.67	0.50	60	0.75	128	S*
193	130	AA-II	1470	150	300	251	875	3.49	50	13	2.67	0.50	60	0.75	152	S*
194	131	M-I	1470	150	300	251	875	3.49	55	13	2.67	0.75	60	0.75	147	S*
195	132	M-II	1470	150	300	251	875	3.49	56	13	2.67	0.75	60	0.75	178	DT*
196	133	N-I	1470	150	300	251	875	3.49	53	13	2.67	1.00	60	0.75	128	S*
197	134	N-II	1470	150	300	251	875	3.49	51	13	2.67	1.00	60	0.75	157	DT*
Tahenni et al. [29]																
198		S0F1.0-65 1	900	100	150	135	300	2.22	64	15	1.16	1.00	35	0.54	48	S-F
199		S0F1.0-65 2	900	100	150	135	300	2.22	64	15	1.16	1.00	35	0.54	43	S-F
200		S0F1.0-80 3	900	100	150	135	300	2.22	60	15	1.16	1.00	60	0.75	45	S-F
201		S0F1.0-80 1	900	100	150	135	300	2.22	60	15	1.16	1.00	60	0.75	49	S-F
202		S0F1.0-65	900	100	150	135	300	2.22	64	15	1.16	1.00	35	0.54	45	S-F

#1	#2	ID	L span (mm)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	a/d	fc (MPa)	Tma (mm)	ρ (%)	Vf (%)	lf (mm)	Df (mm)	Vu exp (kN)	Falla
203		S0F1.0-80 2	900	100	150	135	300	2.22	60	15	1.16	1.00	60	0.75	52	S-F
204	135	S0F0.5-65	900	100	150	135	300	2.22	64	15	1.16	0.50	35	0.54	42	S
205	136	S0F0.5-65 1	900	100	150	135	300	2.22	64	15	1.16	0.50	35	0.54	44	S
206	137	S0F0.5-65 2	900	100	150	135	300	2.22	64	15	1.16	0.50	35	0.54	43	S
Yoo et al [35]																
207	138	S-F0.75	3700	300	500	420	1350	3.21	62	20	3.22	0.75	35	0.55	411	S
208	139	M-F0.75	5220	450	750	648	2110	3.26	62	20	3.27	0.75	35	0.55	793	S
209	140	L-F0.75	6780	600	1000	887	2890	3.26	62	20	3.43	0.75	35	0.55	1430	S
Zarrinpour y Chao [32]																
210	141	SFRC12W6	1778	152	305	254	889	3.50	29	10	2.48	0.75	51	0.76	120	S
211	142	SFRC12W24	1778	610	305	254	889	3.50	29	10	2.47	0.75	51	0.76	478	S
212	143	SFRC18a	2845	152	457	394	1422	3.61	39	10	2.86	0.75	51	0.76	161	S
213	144	SFRC18b	2845	152	457	394	1422	3.61	39	10	2.86	0.75	51	0.76	194	S
214	145	SFRC24a	3734	203	610	541	1867	3.45	50	10	2.54	0.75	51	0.76	267	S
215	146	SFRC24b	3734	203	610	541	1867	3.45	50	10	2.54	0.75	51	0.76	380	S
216	147	SFRC36a	5690	254	915	813	2845	3.50	50	10	2.70	0.75	51	0.76	683	S
217	148	SFRC36b	5690	254	915	813	2845	3.50	50	10	2.70	0.75	51	0.76	704	S
218	149	SFRC48a	7823	305	1220	1118	3912	3.50	50	10	2.55	0.75	51	0.76	1045	S
219	150	SFRC48b	7823	305	1220	1118	3912	3.50	50	10	2.55	0.75	51	0.76	1008	S

 Vigas descartadas debido a que el valor del corte teórico ($V_{u\ teo}$) ha sido mayor que el corte asociado a la rotura por flexión ($V_{u\ flex}$), como se explica en el criterio del capítulo 5 y ecuación (5.2).

La columna #2 enumera a las vigas escogidas para realizar la comparación de resultados en el capítulo 5.

ANEJO 2

BASE FINAL Y RESULTADOS DE ENSAYOS A CORTANTE DE VIGAS DE HRFA

El Anejo 2 contiene los resultados obtenidos de las formulaciones estudiadas con sus respectivas referencias, comparando el valor del corte experimental (Vu_{exp}) y el valor teórico de las formulaciones (Vu_{exp}) expresados en kN .

No.	ID	Vu_{exp}	[36]	[13]	[37]	[15]	[15]	[38]	[39]	[19]	[40]	[41]	[48]	[49]	[6]	[50]	[45]	[2]
1	FC2	276	210	214	374	394	441	332	225	468	203	220	159	160	179	172	-	322
2	FC3	324	201	280	439	536	589	333	282	523	222	262	171	157	219	192	-	450
3	FC8	204	212	179	339	325	369	329	194	434	189	191	150	146	154	155	-	286
4	FC9	232	215	202	363	367	415	333	216	462	198	212	159	157	170	167	-	313
5	FC10	247	192	194	351	366	405	323	202	434	189	198	144	152	167	164	-	338
6	FC11	237	175	213	373	421	459	320	215	444	198	206	140	149	183	171	-	346
7	A0.5%	48	35	36	41	37	54	42	33	48	55	28	35	47	50	49	44	40
8	A1%	57	34	45	56	46	73	43	41	60	61	31	36	51	62	55	57	49
9	B0.5%	154	152	159	188	172	229	120	142	212	252	129	140	181	189	192	206	160
10	B1%	198	144	197	253	211	304	123	176	267	278	147	142	196	235	217	273	201
11	B-1-0.5-A	244	103	98	310	281	271	207	137	380	75	123	84	72	72	76	-	265
12	B-2-0.5-A	130	87	84	121	111	136	124	81	160	75	98	84	72	72	76	-	133
13	B-1-1.0-A	342	101	124	329	359	338	208	159	398	81	148	93	72	87	85	-	308
14	B-2-1.0-A	163	85	111	140	140	170	124	105	176	81	117	93	72	87	85	-	184
15	B-1-1.5-A	375	102	153	352	440	411	209	185	423	85	171	105	73	100	91	-	356
16	B-2-1.0-M	181	85	119	166	161	174	176	104	201	111	145	92	72	87	84	-	195
17	SFRC 20 X 30 S1	103	85	91	106	98	106	73	80	112	152	91	88	102	110	111	109	117
18	SFRC 20 X 45 S1	145	136	145	172	160	175	121	126	182	246	147	128	146	157	158	270	173
19	SFRC 20 X 60 S1	153	178	188	218	202	219	149	166	229	309	185	163	182	196	197	455	213

No.	ID	Vuexp	[36]	[13]	[37]	[15]	[15]	[38]	[39]	[19]	[40]	[41]	[48]	[49]	[6]	[50]	[45]	[2]
20	SFRC 20 X 30 S2	80	80	88	97	88	75	62	81	103	152	82	90	103	111	111	98	114
21	SFRC 20 X 50 S2	148	156	162	187	173	195	128	143	199	257	158	143	161	174	174	297	189
22	SFRC 20 X 60 S2	222	181	190	219	203	221	150	168	232	309	187	166	183	198	198	456	216
23	F30-0.5-13	61	32	31	65	72	82	52	37	80	36	28	27	34	37	36	-	67
24	F70-0.5-19	179	60	55	120	114	119	108	62	149	55	64	51	48	52	51	-	123
25	F70-1.0-19	170	58	68	131	143	146	109	73	159	60	75	54	51	62	57	-	135
26	F70-1.5-19	187	58	81	143	174	176	110	85	171	62	86	59	51	70	61	-	148
27	F80-0.5-16	158	64	54	108	106	123	86	67	144	45	61	56	50	52	54	-	117
28	F80-0.5-19	154	66	59	128	119	127	112	68	164	47	71	57	51	52	54	-	133
29	A10	96	60	74	82	71	105	77	66	96	92	64	63	71	87	81	80	94
30	B10	115	68	81	114	120	151	98	78	138	92	74	65	72	88	82	-	113
31	B20	116	68	117	151	174	220	100	109	171	100	93	74	72	114	94	-	169
32	2	110	98	99	118	110	112	88	86	125	182	109	98	106	114	114	131	141
33	3	120	94	125	145	131	141	89	108	147	191	127	102	110	136	127	156	175
34	4	155	100	160	178	158	176	93	141	176	197	153	116	113	159	140	186	235
35	17	83	96	87	98	82	141	93	80	123	92	70	79	89	97	92	-	111
36	20	108	95	90	109	93	141	122	79	138	116	84	87	99	106	106	102	121
37	21	144	94	144	168	135	228	126	127	189	131	114	100	105	151	130	156	191
38	23	83	87	86	90	80	89	57	80	95	116	73	89	100	107	107	94	110
39	26	100	74	69	83	71	117	84	62	104	92	55	63	79	83	82	-	81
40	27	120	76	108	133	104	192	89	97	149	107	74	72	89	124	102	-	127
41	29	100	74	72	94	81	118	113	61	116	116	65	71	87	91	94	86	89
42	30	120	75	111	144	117	192	118	96	162	131	89	79	97	131	118	133	134
43	32	158	107	127	145	119	193	130	113	174	125	110	105	110	136	125	135	184
44	B02-SF0.5-SH	65	45	41	42	38	47	28	38	45	58	34	44	50	53	53	49	52
45	FNB2-2	107	44	43	63	64	84	61	42	80	52	38	39	48	52	51	-	80
46	FNB2-3	68	40	40	44	40	56	28	36	51	52	33	39	48	52	51	46	48
47	1	79	31	45	58	51	67	31	39	62	66	38	37	50	61	59	55	53
48	2/0.5/2.5	58	56	52	60	50	85	58	47	74	60	42	49	58	63	60	59	61

No.	ID	Vuexp	[36]	[13]	[37]	[15]	[15]	[38]	[39]	[19]	[40]	[41]	[48]	[49]	[6]	[50]	[45]	[2]
49	4/0.5/2.5	63	56	57	74	64	88	93	47	90	83	56	55	66	70	71	69	71
50	4/0.5/3.5	49	52	53	62	57	64	42	47	65	83	51	55	66	70	71	62	68
51	4/1.0/2.5	82	56	73	93	79	116	95	62	108	90	68	59	70	86	81	86	90
52	4/1.0/3.5	67	52	70	81	71	85	44	62	82	90	61	59	70	86	81	79	88
53	4/0.5/1.5	134	64	66	146	143	148	141	69	168	83	67	55	66	70	71	-	126
54	4/1.0/1.5	147	64	82	167	190	194	142	84	189	90	80	59	70	86	81	-	144
55	B1 M	75	47	46	67	68	90	63	45	84	56	39	42	52	56	55	-	82
56	B2 M	53	43	43	47	43	65	50	39	58	56	35	42	52	56	55	50	51
57	C2 M	60	44	50	56	49	76	51	45	66	60	39	44	56	64	59	58	60
58	C6 M	65	44	52	62	56	77	67	45	73	72	46	48	61	69	68	60	65
59	E2 M	45	34	42	52	45	69	48	37	60	60	32	36	52	59	55	52	48
60	E3 M	60	34	44	58	51	71	63	37	66	72	38	40	57	62	62	54	52
61	F3 M	86	47	55	63	57	80	68	48	75	72	49	50	63	71	69	62	70
62	NSC1-FRC1	129	118	103	120	105	173	127	93	153	148	80	89	107	110	110	115	101
63	NSC2-FRC1	115	144	118	131	114	193	137	108	170	148	94	105	115	121	118	126	121
64	NSC2-FRC2	137	144	117	131	114	192	136	108	169	158	93	105	115	120	118	125	121
65	NSC3-FRC 1	136	158	125	138	119	203	142	116	179	148	101	113	119	125	122	131	132
66	HSC1-FRC1	186	209	178	185	147	271	166	166	230	161	142	155	145	159	146	172	171
67	NSC4-FRC-500-1	194	122	98	111	101	164	127	89	146	148	76	89	102	102	104	107	93
68	NSC4-FRC-500-2	154	122	98	111	101	164	127	89	146	148	76	89	102	102	104	107	93
69	NSC4-FRC-1000	247	244	197	225	205	328	261	178	297	296	155	165	182	181	186	500	160
70	HSC2-FRC-1000	328	415	285	310	261	455	330	268	412	296	240	261	226	233	228	546	221
71	HSC,I,S60/0.7/0.5	252	92	102	114	104	109	84	89	124	162	127	110	95	101	101	117	134
72	HSC,I,S60/0.7/0.75	262	92	121	129	117	125	85	106	137	167	143	118	95	113	108	129	155
73	HSC,II,S30/0.6	310	135	154	172	152	186	224	131	215	191	190	150	123	132	134	212	214
74	HSC,III,S60/0.7/0.5 a	264	202	213	229	210	262	279	187	277	282	233	196	177	195	188	408	231
75	HSC,III,S60/0.7/0.5	312	202	213	229	210	262	279	187	277	282	233	196	177	195	188	408	231
76	HSC,III,S60/0.7/0.75	339	188	238	253	229	293	273	209	291	291	243	192	171	212	195	435	259
77	HSC,IV,S60/0.7/0.75	292	211	264	270	241	311	288	234	316	291	274	223	180	218	206	447	288

No.	ID	Vuexp	[36]	[13]	[37]	[15]	[15]	[38]	[39]	[19]	[40]	[41]	[48]	[49]	[6]	[50]	[45]	[2]
78	HSC,III,S60/0.7/0.75 b	509	390	493	516	465	598	538	435	586	582	490	388	334	415	381	1429	511
79	B18-1a	171	107	115	122	108	134	74	105	128	143	101	105	113	125	121	129	138
80	B18-1b	160	107	115	122	108	134	74	105	128	143	101	105	113	125	121	129	138
81	B18-2a	169	96	121	132	114	144	71	109	134	148	101	100	109	131	124	140	142
82	B18-2b	172	96	121	132	114	144	71	109	134	148	101	100	109	131	124	140	142
83	B18-3a	148	84	137	165	142	172	79	121	161	171	117	95	105	146	130	196	160
84	B18-3b	196	84	137	165	142	172	79	121	161	171	117	95	105	146	130	196	160
85	B27-1a	363	252	263	273	239	294	166	242	287	295	230	226	230	253	245	405	257
86	B27-1b	335	252	263	273	239	294	166	242	287	295	230	226	230	253	245	405	257
87	B27-2a	349	171	236	278	237	296	140	212	278	295	189	171	202	249	235	427	251
88	B27-2b	341	171	236	278	237	296	140	212	278	295	189	171	202	249	235	427	251
89	1.2/2	110	99	87	105	99	99	87	74	113	167	98	95	98	101	104	119	119
90	1.2/3	120	95	101	120	111	115	87	87	126	176	109	96	107	116	115	132	135
91	1.2/4	155	101	122	140	127	136	91	107	145	182	128	106	113	132	126	151	165
92	2.2/2	280	111	90	182	177	202	173	104	232	109	91	87	92	95	98	-	173
93	2.2/3	300	110	121	219	251	281	176	132	269	124	115	94	106	125	118	-	208
94	2.3/2	82	97	75	84	73	121	91	69	110	87	64	77	81	85	84	81	86
95	2.3/3	107	95	105	118	93	169	94	96	140	102	79	83	95	114	101	112	123
96	2.4/2	108	97	79	96	85	123	121	69	126	109	76	86	91	94	97	91	96
97	2.4/3	144	95	109	130	108	172	124	96	156	124	96	92	105	124	117	121	133
98	2.6/2	82	87	74	77	73	77	56	70	84	109	66	87	92	95	98	82	92
99	20*30-SFRC-1	111	86	91	106	98	106	73	80	112	151	91	89	103	111	111	109	117
100	20*30-SFRC-2	132	87	92	107	99	107	73	81	113	151	92	90	103	112	112	110	119
101	20*60-SFRC-1	153	178	157	182	177	183	144	139	198	288	160	156	164	168	176	410	175
102	20*60-SFRC-2	230	189	198	228	211	238	155	175	242	311	192	169	189	204	205	500	223
103	N31	210	98	137	181	159	203	104	116	193	208	124	111	148	175	169	179	158
104	N32	280	134	174	217	197	223	147	145	236	253	193	147	159	190	180	255	231
105	H31	277	145	177	201	180	233	120	155	225	208	167	152	168	200	190	203	226
106	H32	458	196	233	253	229	267	175	202	295	253	274	221	187	212	207	292	279

No.	ID	Vuexp	[36]	[13]	[37]	[15]	[15]	[38]	[39]	[19]	[40]	[41]	[48]	[49]	[6]	[50]	[45]	[2]
107	N61	248	196	264	334	289	398	177	232	361	363	216	193	249	296	284	498	272
108	N62	238	193	269	356	315	398	206	228	381	436	243	194	249	296	286	779	281
109	H62	440	284	348	396	356	457	237	305	444	412	329	267	284	338	321	813	402
110	N10-2	484	499	600	657	580	796	373	536	738	658	520	434	452	539	511	2950	633
111	H10-2	631	725	819	790	675	959	478	749	912	658	739	661	531	604	588	3021	773
112	D-I	113	51	65	81	73	81	48	57	82	119	61	58	73	83	81	80	80
113	D-II	79	47	62	79	71	79	47	54	80	119	58	55	71	81	80	78	75
114	E-I	109	51	74	92	81	93	49	65	91	122	66	59	73	92	86	90	90
115	E-II	123	49	72	91	80	92	48	63	90	122	64	57	72	90	85	89	86
116	F-I	111	51	92	114	97	117	51	81	110	128	76	63	73	108	94	111	110
117	F-II	131	50	91	114	97	117	50	80	109	128	75	62	73	107	93	110	108
118	G-I	65	50	61	75	68	75	48	53	76	115	57	56	72	78	78	74	74
119	G-II	77	47	58	74	67	73	47	50	75	115	54	53	70	76	77	72	69
120	H-I	91	51	72	89	79	90	49	63	89	119	65	59	73	90	85	87	87
121	H-II	102	50	71	89	78	90	49	62	89	119	64	58	73	89	85	87	86
122	I-I	116	49	81	103	88	104	49	71	100	122	69	59	72	99	89	100	96
123	I-II	105	50	82	103	89	105	49	72	100	122	70	60	72	100	90	100	98
124	K-I	113	78	88	94	84	96	59	79	99	119	85	82	85	97	92	94	101
125	K-II	125	78	88	94	84	97	59	79	99	119	86	83	85	97	93	95	101
126	L-I	144	78	100	105	92	108	60	90	108	122	92	86	85	106	97	105	114
127	L-II	166	79	101	106	93	109	60	91	110	122	94	88	86	106	98	106	116
128	P-II	160	82	131	131	111	136	64	118	131	128	113	101	87	124	107	129	150
129	AA-I	128	73	78	86	78	87	56	70	91	115	77	76	82	90	88	86	103
130	AA-II	152	74	79	86	78	88	57	71	92	115	78	77	82	91	88	87	105
131	M-I	147	79	99	104	91	107	60	89	107	119	93	87	86	104	97	103	113
132	M-II	178	80	99	104	91	107	61	90	108	119	94	88	86	105	97	104	114
133	N-I	128	78	112	117	101	121	60	101	118	122	100	90	85	114	102	115	128
134	N-II	157	76	110	116	100	119	59	99	117	122	97	87	84	113	101	114	125
135	S0F0.5-65	42	34	29	34	30	49	29	29	43	25	25	28	28	31	29	-	35

No.	ID	Vuexp	[36]	[13]	[37]	[15]	[15]	[38]	[39]	[19]	[40]	[41]	[48]	[49]	[6]	[50]	[45]	[2]
136	S0F0.5-65 1	44	34	29	34	30	49	29	29	43	25	25	28	28	31	29	-	35
137	S0F0.5-65 2	43	34	29	34	30	49	29	29	43	25	25	28	28	31	29	-	35
138	S-F0.75	411	287	323	348	318	369	232	285	384	414	343	282	263	300	285	607	351
139	M-F0.75	793	663	747	806	737	844	537	659	880	980	794	616	560	639	607	3493	761
140	L-F0.75	1430	1209	1370	1492	1367	1545	1005	1203	1625	1779	1474	1079	969	1106	1051	-	1331
141	SFRC12W6	120	53	69	83	74	85	48	61	85	99	62	60	75	87	85	82	84
142	SFRC12W24	478	214	277	335	298	342	192	244	339	395	250	242	302	350	340	329	336
143	SFRC18a	161	100	124	142	128	139	86	110	146	165	118	102	113	132	126	182	150
144	SFRC18b	194	100	124	142	128	139	86	110	146	165	118	102	113	132	126	182	150
145	SFRC24a	267	220	253	272	242	284	165	227	284	284	237	206	207	240	228	471	302
146	SFRC24b	380	220	253	272	242	284	165	227	284	284	237	206	207	240	228	471	302
147	SFRC36a	683	413	477	517	462	527	316	428	540	552	456	371	362	420	399	-	538
148	SFRC36b	704	413	477	517	462	527	316	428	540	552	456	371	362	420	399	-	538
149	SFRC48a	1045	682	784	842	748	869	509	706	880	885	731	587	568	660	627	-	843
150	SFRC48b	1008	682	784	842	748	869	509	706	880	885	731	587	568	660	627	-	843